

1

3次のシステム

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 4 \end{pmatrix} \boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}u$$

の固有値について以下の問いに答えよ。

- (1) このシステムは固有値1とそれに対応する固有ベクトル $(1, 1, 1)^T$ を持つことを示せ。
- (2) 残り2個の固有値を求めよ。 (ヒント:(1)の問題文に因数分解のヒントあり)
- (3) (2)で求めた固有値に対応する固有ベクトルを求めよ。

必要なら裏面を使用のこと。その場合、上下に裏返すこと (この裏が上部になるように)

学科

学年

番号

氏名

2

もっとも簡単なデジタルフィルタの一つに移動平均がある。以下の手順で、移動平均がローパスフィルタ(低い周波数を通し、高い周波数成分を低減するフィルタ)の一種であることを示せ。

(1) 2要素の移動平均

$$y[k] = \frac{1}{2}(u[k] + u[k - 1])$$

をZ変換してパルス伝達関数 $H(z) = Y(z)/U(z)$ を求め、さらに伝達関数 $H(s)$ を導け。ただし、サンプリング周期を T とする。

(2) 次に周波数応答を求める。 $s = j\omega$ を代入し、角振動数 ω の式を導いた後、ゲインと位相を求めよ。その際、大きさの成分(j を含まない)と位相の成分($e^{j\theta}$ の形, θ が位相を示す)の積の形で表すとわかりやすい。最後にこれをボード線図に示せ(ただし、軸は対数をとらない)。

以上により、移動平均がローパス特性を持つことが確認できる。また、位相は ω に比例することがわかるが、これは出力を入力のみで決める場合に特徴的な傾向である。

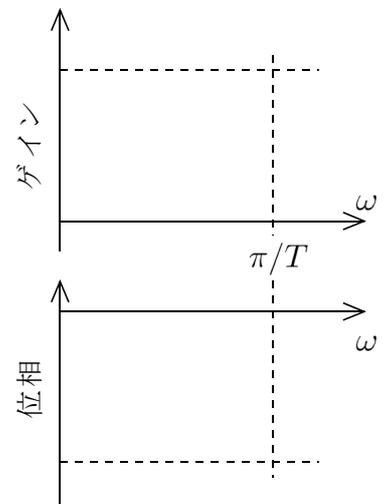
式変形で使える公式

$$e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$$

$$1 + \cos \theta = 2 \cos^2 \frac{\theta}{2}$$

$$\sin \theta = 2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}$$

ボード線図



参考： π/T はサンプリング周波数の半分に対応

必要なら裏面を使用のこと。その場合、上下に裏返すこと (ここの裏が上部になるように)

学科	学年	番号	氏名
----	----	----	----

3

ロボット等に用いられる直流サーボモータは、そのトルクが電流に比例するという特性を持つため、電流を操作することが多い。しかし電流を操作するためには、電流検出センサが必要であるなど、多少複雑な電流制御回路が必要となる。そこで、モータの電圧を操作するのみで回転角などの制御が可能であるか検討しよう。

図1のように、モータの軸に慣性モーメント I の軸対称な円盤がとりつけられているとする。モータ自身のモーメントは I に含まれ、摩擦は無視するものとする。モータの電気的特性は図2に示すように抵抗とコイル、さらに逆起電力を発生する直流電源によってモデル化できる。また、逆起電力はモータの回転速度に比例して発生するため、以下の微分方程式が成り立つ。

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} = T = K_T i \qquad e = Ri + L \frac{di}{dt} + K_E \frac{d\theta}{dt}$$

ここに、 K_T, K_E, R, L はトルク定数、逆起電力定数、モータの抵抗およびインダクタンスであり、モータに固有の定数である。また、 θ, e, i はモータの回転角、加える電圧および流れる電流である。以上のシステムを、入力を e 、出力を θ とする線形システムと考え、解析しよう。

- (1) 状態変数を $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)^T = (i, \theta, \dot{\theta})^T$ と置き、状態方程式を導け。
- (2) このシステムの可制御性を調べよ。電圧操作で制御できるといえるか。
- (3) このシステムの可観測性を調べよ。角度センサがあれば十分であるか。

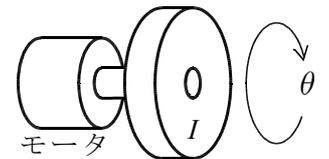


図1 力学モデル

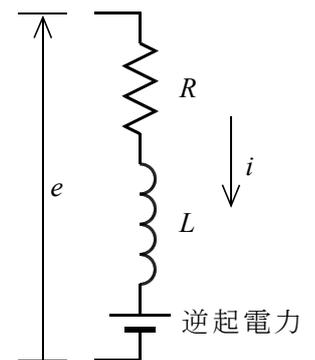


図2 等価回路

必要なら裏面を使用のこと。その場合、上下に裏返すこと（この裏が上部になるように）

学科	学年	番号	氏名
----	----	----	----