

プチテスト (130722) 解答

問題

容量 C のコンデンサと抵抗値 R の抵抗について

1. C 単体、 C と R の直列つなぎ、同並列つなぎのインピーダンス Z を求めよ ($j\omega$ にて)

2. $C=1[\mu\text{F}](1.0 \times 10^{-6})$ 、 $R=1[\text{k}\Omega]$ として、

- $\omega = 10[\text{rad/s}]$ 、 $1000(=10^3)[\text{rad/s}]$ 、 $100\text{k}(=10^5)[\text{rad/s}]$ における
- $|Z|$ 、 $\angle Z$

を各々求めよ。

2桁以上離れる場合は近似して良い

例： $1 + 0.01j \approx 1$ 、 $0.01 + j \approx j$ ($1 + j = 1 + j$)

解

単に計算します。

$$C = 10^{-6}, R = 10^3, RC = 10^{-3}$$

(1) C 単体の場合

- $Z(j\omega) = \frac{1}{j\omega C}$
- $\omega = 10$: $Z(j\omega) = \frac{1}{10^{-5}j} = -10^5j$
 $|Z| = 10^5$, $\angle Z = -90[\text{deg}]$
- $\omega = 10^3$: $Z(j\omega) = \frac{1}{10^{-3}j} = -10^3j$
 $|Z| = 10^3$, $\angle Z = -90[\text{deg}]$
- $\omega = 10^5$: $Z(j\omega) = \frac{1}{10^{-1}j} = -10^1j$
 $|Z| = 10^1$, $\angle Z = -90[\text{deg}]$

(2) $C+R$ の場合

- $Z(j\omega) = R + \frac{1}{j\omega C}$
- $\omega = 10$: $Z(j\omega) = 10^3 + \frac{1}{10^{-5}j}$
 $= 10^5(0.01 - j) \approx -10^5j$
 $|Z| = 10^5$, $\angle Z = -90[\text{deg}]$
- $\omega = 10^3$: $Z(j\omega) = 10^3 + \frac{1}{10^{-3}j} = 10^3(1 - j)$
 $|Z| = 10^3\sqrt{2}$, $\angle Z = -45[\text{deg}]$

- $\omega = 10^5$: $Z(j\omega) = 10^3 + \frac{1}{10^{-1}j}$
 $= 10^3(1 - 0.01j) \approx 10^3$
 $|Z| = 10^3$, $\angle Z = -0[\text{deg}]$

(3) $R//C$ の場合

- $Z(j\omega) = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{(1/j\omega C)R}{(1/j\omega C) + R} = \frac{R}{1 + j\omega RC}$
- $\omega = 10$: $\omega RC = 10^{-2} = 0.01$
 $Z(j\omega) = \frac{10^3}{1 + 0.01j} \approx \frac{10^3}{1} = 10^3$
 $|Z| = 10^3$, $\angle Z = -0[\text{deg}]$
- $\omega = 10^3$: $\omega RC = 10^0 = 1$
 $Z(j\omega) = \frac{10^3}{1 + j}$
 $= 10^3 \frac{(1 - j)}{(1 + j)(1 - j)} = 10^3 \frac{1 - j}{2}$
 $|Z| = 10^3(\sqrt{2}/2)$, $\angle Z = -45[\text{deg}]$
- $\omega = 10^5$: $\omega RC = 10^2 = 100$
 $Z(j\omega) = \frac{10^3}{1 + 100j} = \frac{10^1}{0.01 + j} \approx \frac{10^1}{j} = -10j$
 $|Z| = 10^1$, $\angle Z = -90[\text{deg}]$

以上、一覧にすると、

	C	R+C	R//C
$\omega = 10^2$ $ Z $	10^5	10^5	10^3
$\angle Z$	-90	-90	0
$\omega = 10^4$ $ Z $	10^3	$10^3\sqrt{2}$	$10^3\sqrt{2}/2$
$\angle Z$	-90	-45	-45
$\omega = 10^6$ $ Z $	10^1	10^3	10^1
$\angle Z$	-90	0	-90

訂正があるばあい、講義ノートページにて行います。