機械知能工学科

メカトロニクス総合

MC-10/Rev 16-1.0

第１０回

デジタルと２進数

工学部　機械知能工学科

熊　谷　正　朗

kumagai@mail.tohoku-gakuin.ac.jp

東北学院大学工学部
ロボット開発工学研究室 RDE

今回の到達目標

○コンピュータ処理に不可欠な2進数

◇デジタルの復習

◇2進数と、その計算方法を説明できる。

- 2進数／10進数／16進数
- 相互の変換

◇ビット数と表現できる数値の幅を説明できる。

- 2のn乗通りの割り当て方

◇2進数による演算を説明できる。

- 加算/×(−1)/減算/乗算/除算

デジタル（復習→基礎BS08）

○数種類のはっきりした状態のみ使う

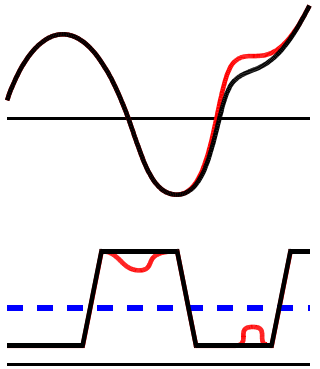
◇主には2種類の2値デジタル

- デジタル信号、デジタル回路
  電圧の高低、電流の有無/大小など
- 3値デジタルなどもある(主に通信など)

◇ブール代数で記述/基本演算3種

- 論理和　OR　どちらか○→結果○
- 論理積　AND　両方とも○→結果○
- 否定　NOT　○→×　×→○（反転）

デジタル（復習→基礎BS08）



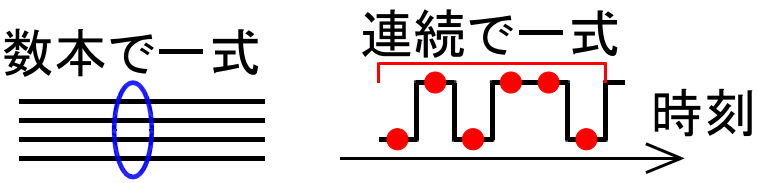
○デジタルの利点と欠点

○利点

- 信号がノイズ等の影響を受けにくい

  c.f. アナログ： ノイズ→値の変化

- 扱いやすい



×欠点

- １本の線で同時に2種類しか表せない

  → 線を複数用いる/時分割

- 回路規模が大きくなりやすい

２値デジタルと値、２進数

○　０（ゼロ）と１（イチ）

◇デジタルの主要な「２種類を表す」表示

- そのまま、数値にもなりうる。
- 電気的な2状態を「０」と「１」に割り当てる：

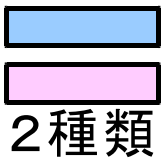
  一般的なデジタル回路：電圧の高低

  - 電圧が高い(ほぼ回路電源)→1
  - 電圧が低い(ほぼ0[V])→0

  ※逆＝（電圧高→０　電圧低→１）もある
- 「０/１」以外の例　Off/On　偽(F)/真(T)

２値デジタルと値、２進数

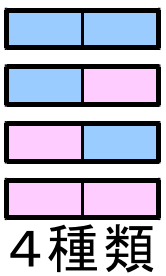
○表せる場合の数

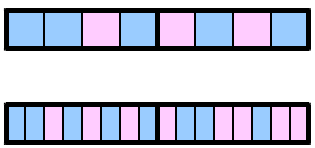

２種類

◇「n個」の0/1の組：nビット(bit，b)

・パラレル(複数本型)、シリアル(時分割型)問わず

・表せる種類：２のn乗


４種類



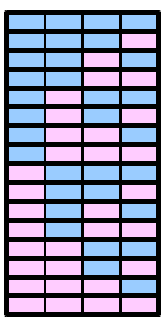
◇目的に応じて、

・必要なビット数を用意する

・割り当て方を決める

・数値

・文字、状態他(0/1→数値→文字)


16種類

２値デジタルと値、２進数

※自然数＝０＋正
４ビット：16通り

○２進数：一般的な「0/1組：数値」対応付け

◇２進数／１０進数(自然数／正負)／１６進数

２進	10進正	正負	16進	２進	10進正	正負	16進
0000	0	0	0	1000	8	−8	8
0001	1	1	1	1001	9	−7	9
0010	2	2	2	1010	10	−6	A
0011	3	3	3	1011	11	−5	B
0100	4	4	4	1100	12	−4	C
0101	5	5	5	1101	13	−3	D
0110	6	6	6	1110	14	−2	E
0111	7	7	7	1111	15	−1	F

２値デジタルと値、２進数

8ビット:256通り

○２進数:一般的な「0/1組:数値」対応付け

◇8bitの場合

２進	10進正	正負	16進	２進	10進正	正負	16進
00000000	0	0	00	10000000	128	-128	80
00000001	1	1	01	10000001	129	-127	81
00000010	2	2	02	10000010	130	-126	82
:	頭にゼロ補う↑			:	↑－256↑		
:	4bitで16進１桁			:	↓	↓	
01111101	125	125	7D	11111101	253	-3	FD
01111110	126	126	7E	11111110	254	-2	FE
01111111	127	127	7F	11111111	255	-1	FF

２値デジタルと値、２進数

○２進数との変換

◇２進数[abcd]⇔１０進数

・１０進＝ａ×８ ＋ ｂ×４ ＋ ｃ×２ ＋ ｄ

＝ａ×2^3 ＋ｂ×2^2 ＋ｃ×2^1 ＋ｄ×2^0

・１０進→２進は、2^nが引けるかを繰り返し確認する：引ける→引いて、”1” or ”0” 等

◇２進数⇔１６進数

・２進数４桁 と １６進数１桁 が単純に対応

・ソフトの世界では２進数の代わりに１６進

２値デジタルと値、２進数

○小数を表したい場合　※パソコン等で一般的

◇浮動小数点形式（IEEE754）

- ±1.aaaa　×2^{bb}　の形で表す

  aaaa: 仮数部　bb: 指数部（ともに2進で）

- 単精度(32bit, float)＝a:23bit/b:8bit

  有効桁数(10進):約7桁　　最大3.4×10^{38}

- 倍精度(64bit, double)＝a:52bit/b:11bit

  有効桁数(10進):約16桁　最大1.8×10^{308}

- 有効桁数に注意

２値デジタルと値、２進数

○小数を表したい場合　※小型のマイコンなど

◇固定小数点

- もととなる16bitや32bitの整数値の途中に、小数点を置く（小数点があると見なす）
- 例）abcde.fgh　整数部5bit/小数部3bit
  ＝16a＋8b＋4c＋2d＋1e
  　　＋(1/2)f＋(1/4)g＋(1/8)h　　c.f.　10進
- 演算は整数のものを流用、小数点の位置は利用者(プログラム作成者)が管理する。

２進数の計算

○加算

◇ルールは１０進数と同じ；２～９がないだけ

- 繰り上がりが発生しやすい
- 解釈により、正のみ、正負の演算できる
- 最上位の繰り上がり(桁あふれ)に注意

→ 極端に小さな数字 or マイナスに

０＋０＝ ０
０＋１＝ １
１＋０＝ １
１＋１＝１０

０１１０	６	６
＋ １１０１	＋ １３	＋ －３
１０１１	１９	３

２進数の計算

○×（－１） と 減算

◇「×(-1)」＝「全ビットをNOTして、＋１する」

◇例）先の表を確認しながら

- 0101(5) → 1010(-6) → 1011(-5)
- 1011(-5) → 0100(4) → 0101(5)
- 01111110(126)→10000001(-127)→…(-126)

◇NOTするのは簡単（次回）

◇「A－B」＝「A＋(-1)×B」 ⇒減算もできる

◇＋１するのは、最下位の繰り上げを流用

２進数の計算

○乗算

◇「イチ・イチ　が　イチ」　←2進版「九九」

・１桁の乗算は楽、加算が大変(段数、繰上)

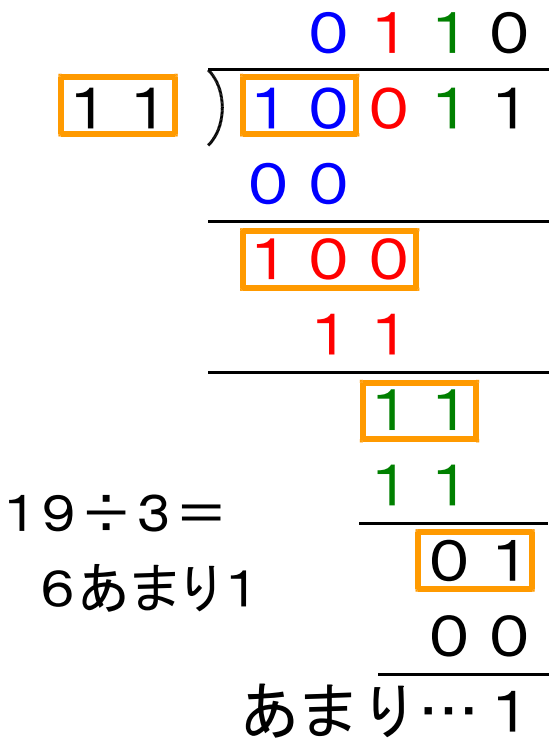
０×０＝　０
０×１＝　０
１×０＝　０
１×１＝　１

※論理積

３×５＝１５	６×７＝４２
００１１	０１１０
× ０１０１	× ０１１１
００１１	０１１０
０００	０１１０
００１１	０１１０
０００１１１１	０１０１０１０

２進数の計算

○除算



19÷3＝
6あまり1

◇これもルールは10進同様

- 商を立てる判定は
  「ただの大小チェック」。
  ＝小学生の悩みが不要
- 繰り返しの引き算。

※似た計算方法を使って
平方根も簡単に求まる

２進数の計算

○デジタルな演算：シフト／論理演算

◇シフト演算（左右にずらす　$\times 2^n$、　$\div 2^n$）

・左シフト　例）1bit：　0011（3）→　0110（6）　×２

・右シフト　例）2bit：　1000（8）→　0010（2）　÷４

※一般に0を導入　符号付:左端　1000(−8)→1110(−2)

※消える桁あり　例：1011(11)→0010(2)（11/4=2余3）

◇論理演算

・数値に対する論理演算（AND/OR/NOT等）

＝ビットごとに演算　1011　AND　0101＝0001