

# デジタルと2進数

工学部 機械知能工学科

熊谷正朗

kumagai@mail.tohoku-gakuin.ac.jp

東北学院大学工学部  
ロボット開発工学研究室 RDE

## 今回の到達目標

### ○コンピュータ処理に不可欠な2進数

- ◇デジタルの復習
- ◇2進数と、その計算方法を説明できる。
  - ・2進数/10進数/16進数
  - ・相互の変換
- ◇ビット数と表現できる数値の幅を説明できる。
  - ・2のn乗通りの割り当て方
- ◇2進数による演算を説明できる。
  - ・加算/×(-1)/減算/乗算/除算

## デジタル(復習→基礎BS08)

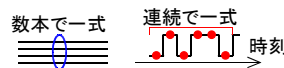
### ○数種類のはっきりした状態のみ使う

- ◇主には2種類の2値デジタル
  - ・デジタル信号、デジタル回路
  - 電圧の高低、電流の有無/大小など
  - ・3値デジタルなどもある(主に通信など)
- ◇ブール代数で記述/基本演算3種
  - ・論理和 OR どちらか○→結果○
  - ・論理積 AND 両方とも○→結果○
  - ・否定 NOT ○→× ×→○(反転)

## デジタル(復習→基礎BS08)

### ○デジタルの利点と欠点

- 利点
  - ・信号がノイズ等の影響を受けにくい
  - c.f. アナログ: ノイズ→値の変化
  - ・扱いやすい
- ×欠点
  - ・1本の線で同時に2種類しか表せない  
→線を複数用いる/時分割
  - ・回路規模が大きくなりやすい



## 2値デジタルと値、2進数

### ○0(ゼロ)と1(イチ)

- ◇デジタルの主要な「2種類を表す」表示
  - ・そのまま、数値にもなりうる。
  - ・電気的な2状態を「0」と「1」に割り当てる:  
一般的なデジタル回路: 電圧の高低
  - ・電圧が高い(ほぼ回路電源)→1
  - ・電圧が低い(ほぼ0[V])→0
  - ※逆=(電圧高→0 電圧低→1)もある
  - ・「0/1」以外の例 Off/On 偽(F)/真(T)

## 2値デジタルと値、2進数

### ○表せる場合の数

- ◇「n個」の0/1の組: nビット(bit, b)
  - ・パラレル(複数本型)、シリアル(時分割型)問わず
  - ・表せる種類: 2のn乗
- ◇目的に応じて、
  - ・必要なビット数を用意する
  - ・割り当て方を決める
    - ・数値
    - ・文字、状態他(0/1→数値→文字)

## 2値デジタルと値、2進数

※自然数=0+正  
4ビット:16通り

### ○2進数:一般的な「0/1組:数値」対応付け

#### ◇2進数/10進数(自然数/正負)/16進数

2進	10進正	正負	16進	2進	10進正	正負	16進
0000	0	0	0	1000	8	-8	8
0001	1	1	1	1001	9	-7	9
0010	2	2	2	1010	10	-6	A
0011	3	3	3	1011	11	-5	B
0100	4	4	4	1100	12	-4	C
0101	5	5	5	1101	13	-3	D
0110	6	6	6	1110	14	-2	E
0111	7	7	7	1111	15	-1	F

## 2値デジタルと値、2進数

8ビット:256通り

### ○2進数:一般的な「0/1組:数値」対応付け

#### ◇8bitの場合

2進	10進正	正負	16進	2進	10進正	正負	16進
00000000	0	0	00	10000000	128	-128	80
00000001	1	1	01	10000001	129	-127	81
00000010	2	2	02	10000010	130	-126	82
:	頭にゼロ補う↑			:	↑-256↑		
:	4bitで16進1桁			:	↓ ↓		
01111101	125	125	7D	11111101	253	-3	FD
01111110	126	126	7E	11111110	254	-2	FE
01111111	127	127	7F	11111111	255	-1	FF

## 2値デジタルと値、2進数

### ○2進数との変換

#### ◇2進数[abcd]⇔10進数

- ・10進 $= a \times 8 + b \times 4 + c \times 2 + d$   
 $= a \times 2^3 + b \times 2^2 + c \times 2^1 + d \times 2^0$
- ・10進→2進は、 $2^n$ が引けるかを繰り返し確認する: 引ける→引いて、“1” or “0” 等

#### ◇2進数⇔16進数

- ・2進数4桁 と 16進数1桁 が単純に対応
- ・ソフトの世界では2進数の代わりに16進

## 2値デジタルと値、2進数

### ○小数を表したい場合 ※パソコン等で一般的

#### ◇浮動小数点形式 (IEEE754)

- ・ $\pm 1.aaaa \times 2^{bb}$  の形で表す  
 aaaa: 仮数部 bb: 指数部 (ともに2進で)
- ・単精度(32bit, float) $= a:23bit/b:8bit$   
 有効桁数(10進): 約7桁 最大 $3.4 \times 10^{38}$
- ・倍精度(64bit, double) $= a:52bit/b:11bit$   
 有効桁数(10進): 約16桁 最大 $1.8 \times 10^{308}$
- ・有効桁数に注意

## 2値デジタルと値、2進数

### ○小数を表したい場合 ※小型のマイコンなど

#### ◇固定小数点

- ・もととなる16bitや32bitの整数値の途中に、小数点を置く (小数点があると見なす)
- ・例) abcde.fgh 整数部5bit/小数部3bit  
 $= 16a + 8b + 4c + 2d + 1e$   
 $+ (1/2)f + (1/4)g + (1/8)h$  c.f. 10進
- ・演算は整数のものを流用、小数点の位置は利用者(プログラム作成者)が管理する。

## 2進数の計算

### ○加算

#### ◇ルールは10進数と同じ; 2~9がないだけ

- ・繰り上がりが発生しやすい
- ・解釈により、正のみ、正負の演算できる
- ・最上位の繰り上がり(桁あふれ)に注意  
 → 極端に小さな数字 or マイナスに

$$\begin{array}{r}
 0+0=0 \quad 0110 \quad 6 \quad 6 \\
 0+1=1 \quad + \quad 1101 \quad + \quad 13 \quad + \quad -3 \\
 1+0=1 \quad \underline{10}011 \quad \underline{19} \quad \underline{3} \\
 1+1=10
 \end{array}$$

## 2進数の計算

### ○ $\times(-1)$ と 減算

#### ◇「 $\times(-1)$ 」=「全ビットをNOTして、+1する」

#### ◇例) 先の表を確認しながら

- ・0101(5) → 1010(-6) → 1011(-5)
- ・1011(-5) → 0100(4) → 0101(5)
- ・01111110(126) → 10000001(-127) → ...(-126)

#### ◇NOTするのは簡単(次回)

#### ◇「 $A-B$ 」=「 $A+(-1) \times B$ 」 ⇒ 減算もできる

#### ◇+1するのは、最下位の繰り上げを流用

## 2進数の計算

### ○乗算

#### ◇「イチ・イチ が イチ」 ← 2進版「九九」

- ・1桁の乗算は楽、加算が大変(段数、繰上)

$$\begin{array}{r}
 3 \times 5 = 15 \quad 6 \times 7 = 42 \\
 0 \times 0 = 0 \quad 0011 \quad 0110 \\
 0 \times 1 = 0 \quad \times \quad 0101 \quad \times \quad 0111 \\
 1 \times 0 = 0 \quad \quad \quad 0011 \quad \quad \quad 0110 \\
 1 \times 1 = 1 \quad \quad \quad 0000 \quad \quad \quad 0110 \\
 \quad \quad \quad 0011 \quad \quad \quad 0110 \\
 \text{※論理積} \quad \underline{0000} \quad \underline{0000} \\
 \quad \quad \quad 0001111 \quad 0101010
 \end{array}$$

## 2進数の計算

### ○除算

$$\begin{array}{r}
 \quad \quad \quad 0110 \\
 \boxed{11} \overline{)10011} \\
 \quad \underline{00} \quad \quad \\
 \quad \quad \underline{100} \quad \quad \\
 \quad \quad \quad \underline{11} \quad \quad \\
 \quad \quad \quad \quad \underline{11} \\
 19 \div 3 = \quad \quad \quad 6 \text{あまり} 1 \quad \quad \quad \underline{01} \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \underline{00} \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \underline{\text{あまり} \dots 1}
 \end{array}$$

- ◇これもルールは10進同様
- ・商を立てる判定は「ただの大小チェック」。
- ＝小学生の悩みが不要
- ・繰り返しの引き算。

※似た計算方法を使って平方根も簡単に求まる

## 2進数の計算

### ○デジタルな演算: シフト/論理演算

#### ◇シフト演算 (左右にずらす $\times 2^n$ 、 $\div 2^n$ )

- ・左シフト 例) 1bit: 0011(3) → 0110(6)  $\times 2$
- ・右シフト 例) 2bit: 1000(8) → 0010(2)  $\div 4$
- ※一般に0を導入 符号付: 左端 1000(-8) → 1110(-2)
- ※消える桁あり 例: 1011(11) → 0010(2) (11/4=2余3)

#### ◇論理演算

- ・数値に対する論理演算 (AND/OR/NOT等)
- ＝ビットごとに演算 1011 AND 0101 = 0001