

仙台市/仙台市産業振興事業団  
ロボット博士の基礎からのメカトロニクスセミナー

第9回

C09/Rev 1.01

# 制御の基礎

仙台市地域連携フェロー

熊谷 正朗

[kumagai@tjcc.tohoku-gakuin.ac.jp](mailto:kumagai@tjcc.tohoku-gakuin.ac.jp)

東北学院大学工学部  
ロボット開発工学研究室 **RDE**

# 今回の目的

## ○ 制御の基礎

### テーマ1：制御の目的と基本

- ・制御するとは
- ・制御の基本（フィードバック、PID）

### テーマ2：少し特殊な制御

- ・フィードフォワード
- ・非線形制御

### テーマ3：制御の実例

- ・モータの制御、ロボット制御

# 制御する

## ○ 対象を思い通りに動かすこと

### ◇ 思い通り ~ 現在値 = 目標値

- ・ 現在値: 対象の状態(センサなどで検出)

- ・ 目標値: 対象のあるべき状態

- ※ 一定値/時々刻々変化する値

- ※ しかるべき目標値の生成も含む

### ◇ 方法

- ・ 現在値を変化させる操作を行う。

- ・ {目標、現在} → 制御方法/制御則 → 操作

# 制御する

## ○ 対象を思い通りに動かすこと

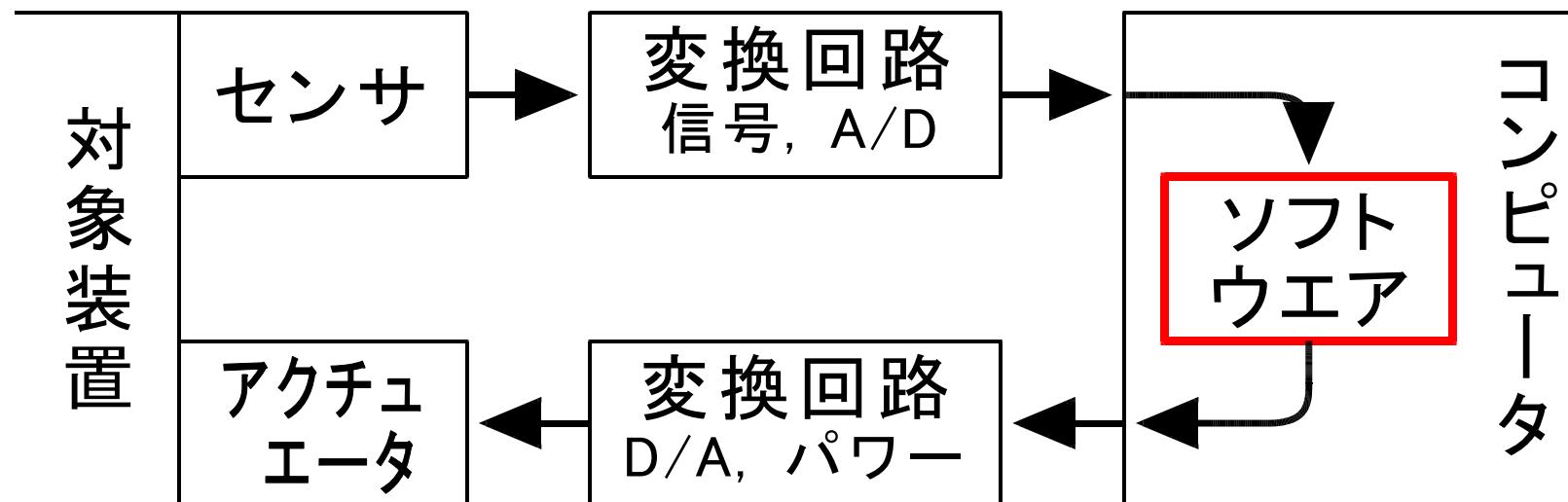
◇たとえば

- ・モータの回転角度 / 回転速度
- ・電気炉の温度
- ・電圧（電源装置など）
- ・腕口ボットの手先の位置姿勢
- ・道路での車の渋滞
- ・コンピュータのサーバの負荷バランス

# 制御する

## ○ 制御する ≒ 制御ソフトをつくる

- ・コンピュータのソフトウェアで制御を行うことが今は主流。
- ・従来はアナログ制御が主流だった。



# 制御する

## ○ 制御しやすいもの

### ◇ 操作できる

- ・ 短絡的に操作が結果に反映される。
- ・ 操作を増やしたら結果も増える(減る)。  
※ 単調性、線形性、比例すれば一番楽

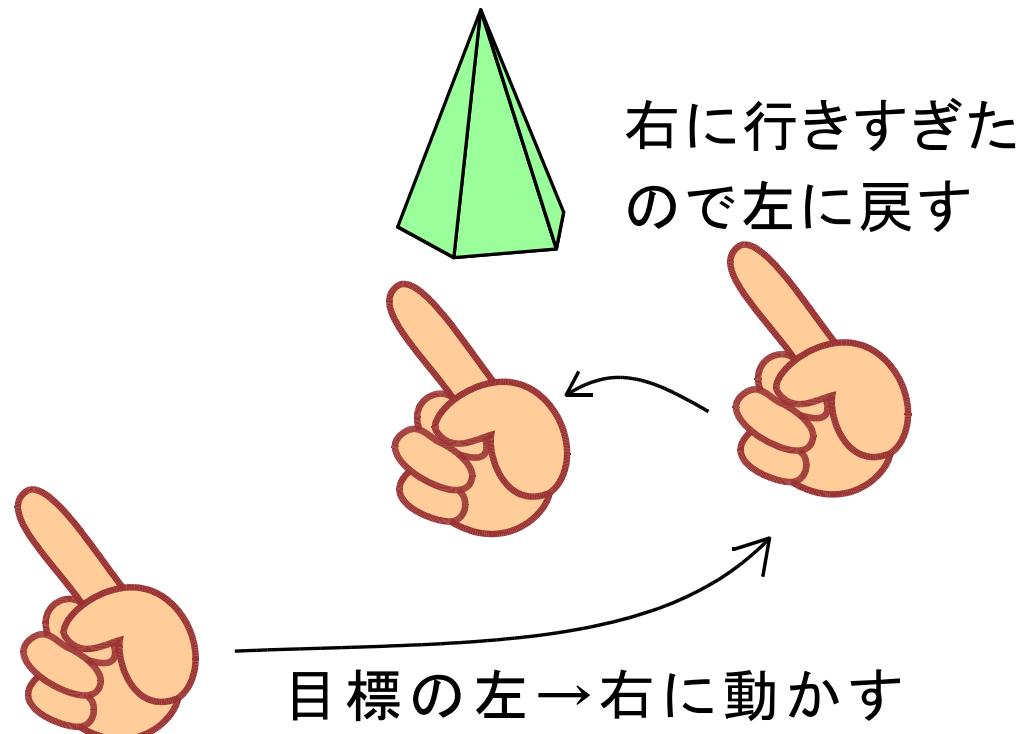
### ◇ 計測できる

- ・ 計測できなければフィードバック制御不可。
- ・ 制御の性能は計測の性能以下。

# 制御の基本

## ○ フィードバック制御

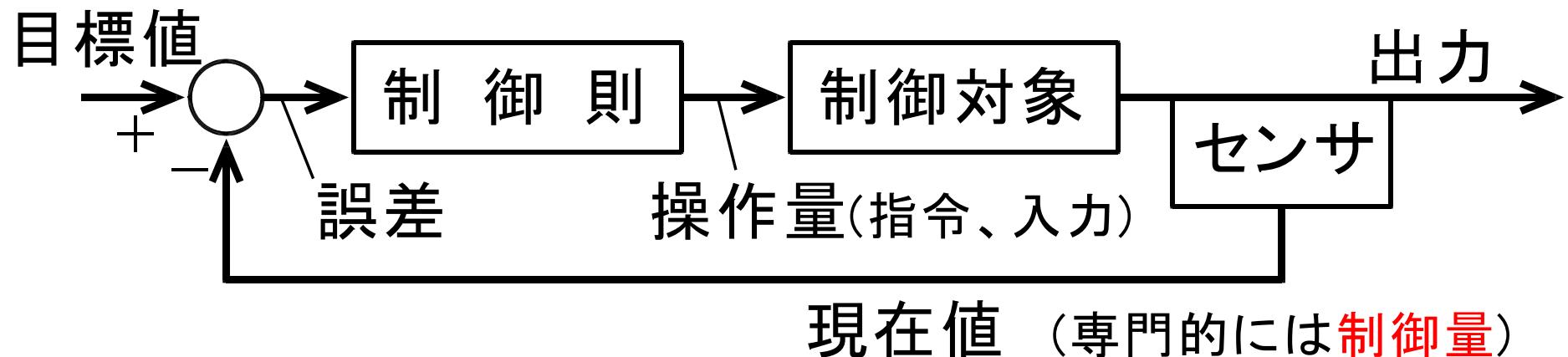
センサで読み取った現在値を、目標に近づける  
ようにする制御。(○○制御というと、一般にこの一種)



# 制御の基本

## ○ フィードバック制御

センサで読み取った現在値を、目標に近づける  
ようにする制御。(○○制御というと、一般にこの一種)

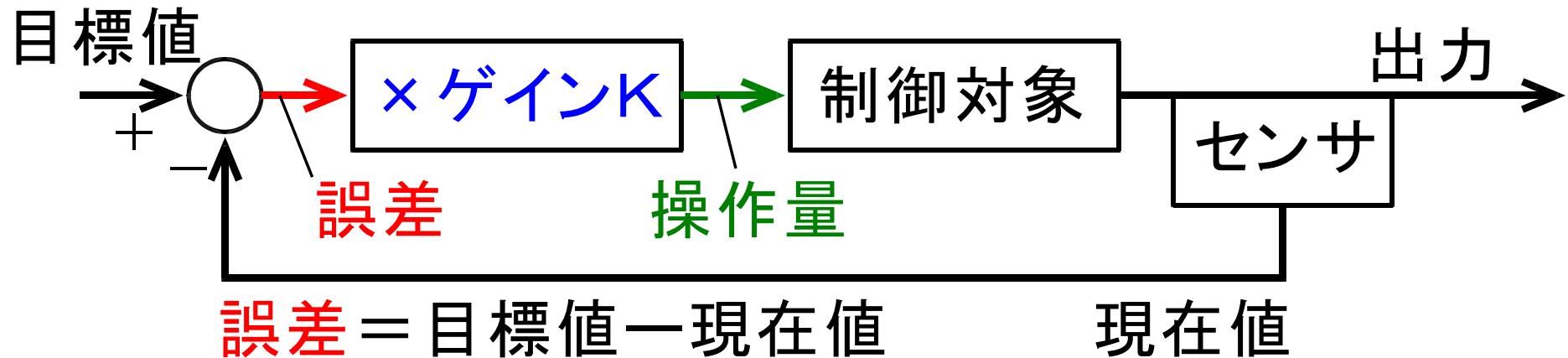


# 制御の基本

## ○ 比例制御 (P制御)

### ◇概要

- ・誤差に比例した操作を行う
- ・例) 温度誤差に比例した電力出力  
角度誤差に比例したモータ速度

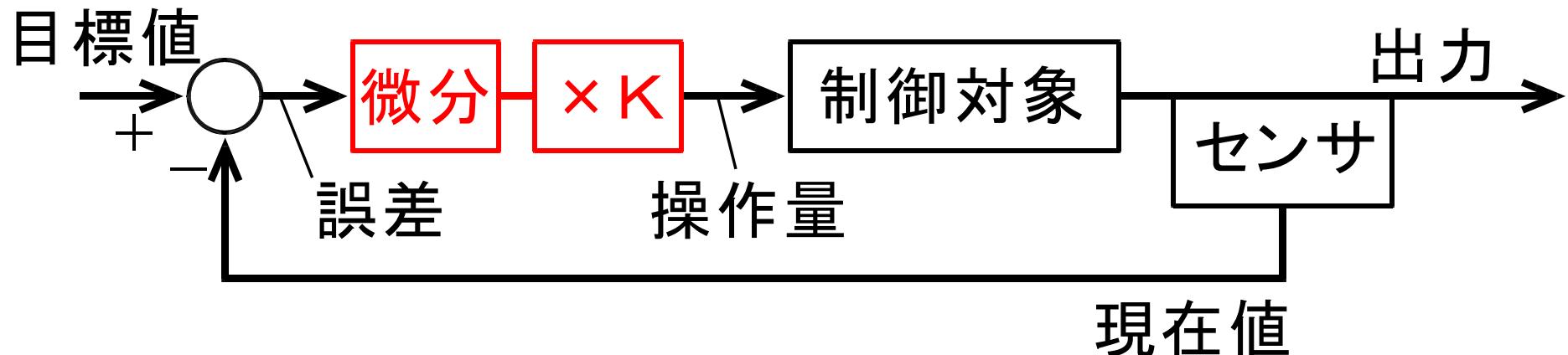


# 制御の基本

## ○ 微分制御 (D制御)

### ◇概要

- ・誤差の時間変化に比例した操作を行う。
- ・誤差が増加しそうなときに歯止め。
- ・単独では使わない。(P制御と組合せ)

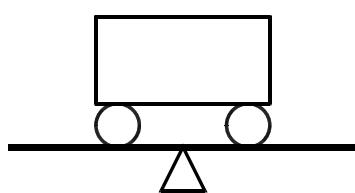


# 制御の基本

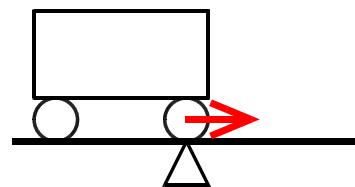
## ○ 微分制御 (D制御)

### ◇イメージ

- ・誤差の時間変化に比例した操作を行う。
- ・誤差が増加しそうなときに歯止め。

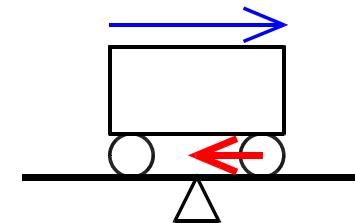


目標



比例制御：

左にずれているから  
ずれに比例して、  
**右に推力の指示**



微分制御：

右に通り過ぎようと  
しているから、  
**左に推力の指示**

# 制御の基本

## ○ 微分制御 (D制御)

### ◇別の見方

- ・誤差の時間変化に比例した操作を行う。
- ・速度を一致させる制御

現在値と目標の速度の差に比例

誤差 = (目標 - 現在)

誤差の時間変化

= (目標の時間変化 - 現在の時間変化)

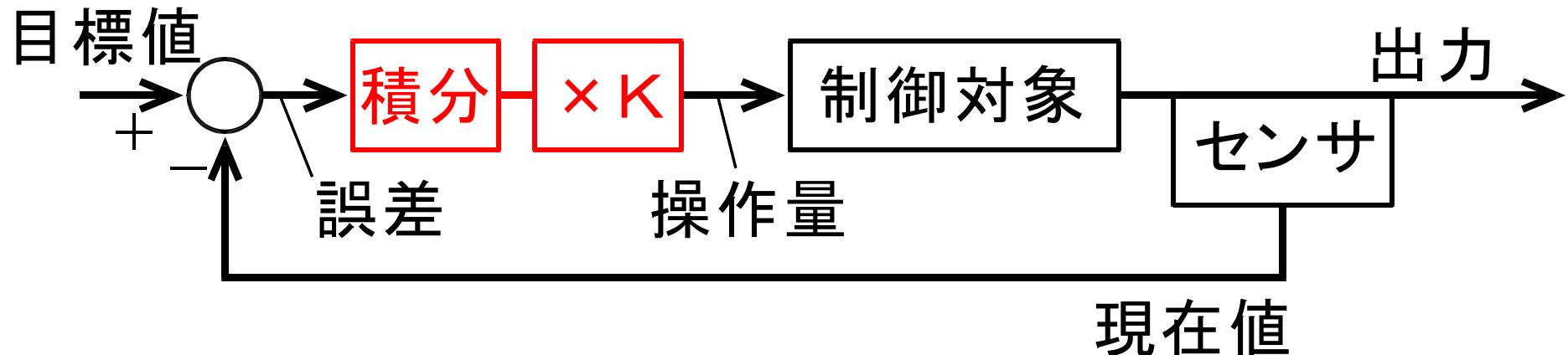
= (目標の速度 - 現在の速度)

# 制御の基本

## ○ 積分制御（I 制御）

### ◇概要

- ・誤差の積分に比例した操作。
- ・誤差が残っていると徐々に操作を大きく。
- ・例）上り坂でのアクセル



# P制御・D制御・I制御

## ○ P制御

### ◇ 基本はP制御

- ・ 対象によってはPのみもOK。

例) モータの角度をモータの速度で操作。

### ◇ P制御のみではNGな場合:

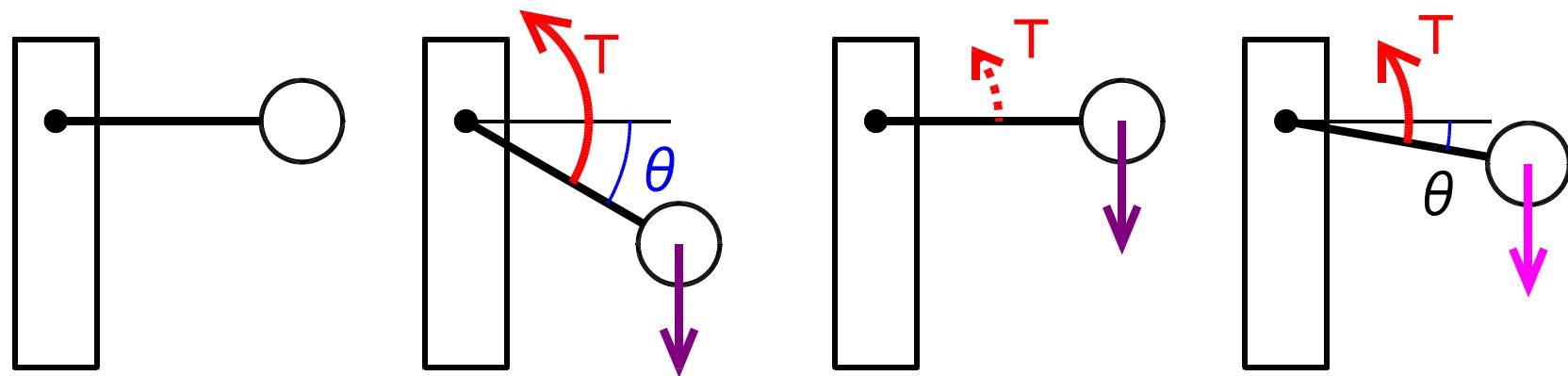
- ・ 誤差がなくならない。
- ・ 振動(行き過ぎ)を起こす。

# P制御・D制御・I制御

## ○ PI制御

◇P制御だと誤差が残る事例

- ・腕の角度を力で操作



目標角度 :

比例制御 :

動作の実際 :

角度誤差 :

角度誤差  $\theta$

$\theta = 0$  だと、

重力と  $T$  が

に比例した

$T = 0$

釣り合うところで

トルク  $T$

→ 腕下がる

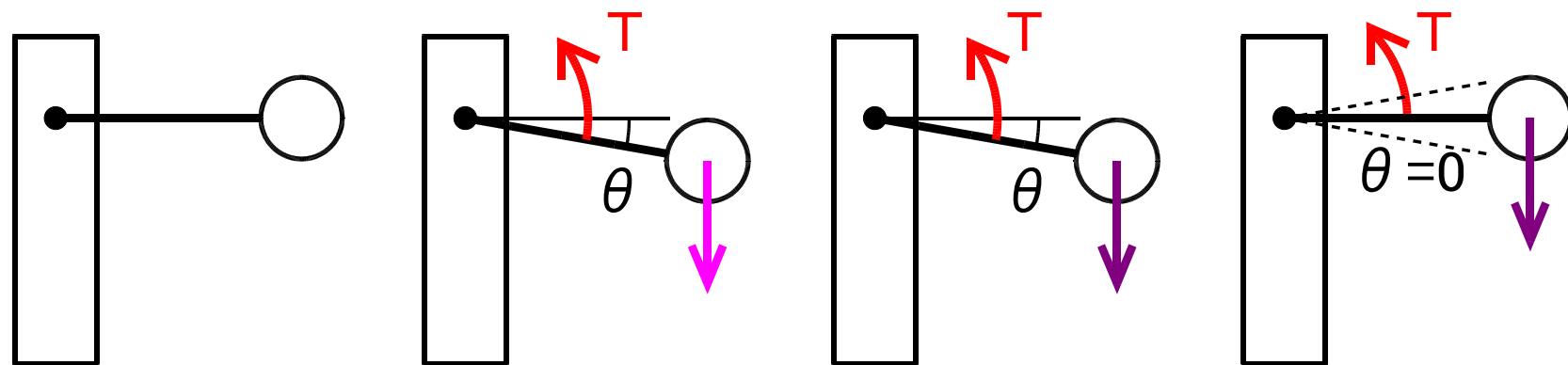
落ち着く

# P制御・D制御・I制御

## ○ PI制御

◇PI制御による解決（操作 = P制御 + I制御）

- ・腕の角度を力で操作



目標角度:

角度誤差:

重力とTが  
釣り合うところで  
落ち着く

誤差積分:

誤差が残り、  
積分値に徐々に  
溜まる→T増加

最終的に:

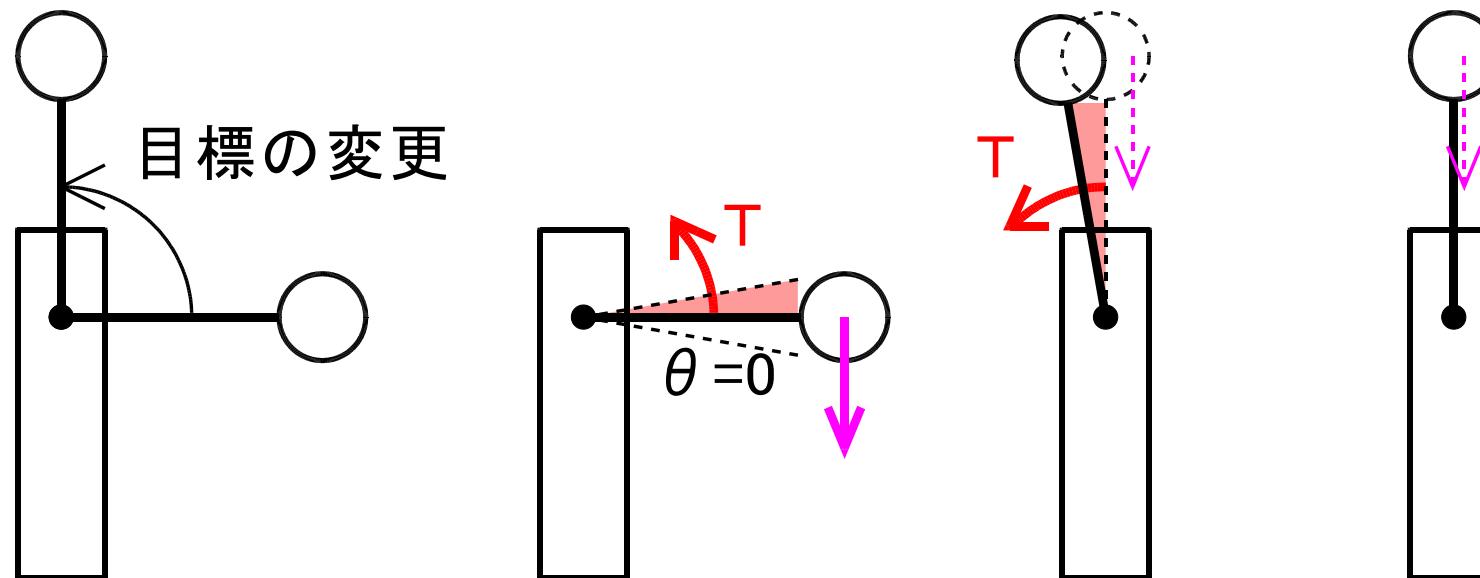
重力分は  
I 制御が全て  
うけもつ

# P制御・D制御・I制御

## ○ PI制御

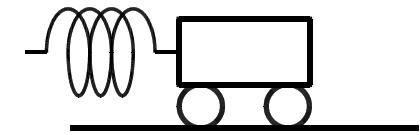
◇PI制御の弱点＝応答の遅れ

- ・誤差の積分が解消するまでは誤差になる



目標が真上のときは重力分が不要になる→積分によるTが誤差

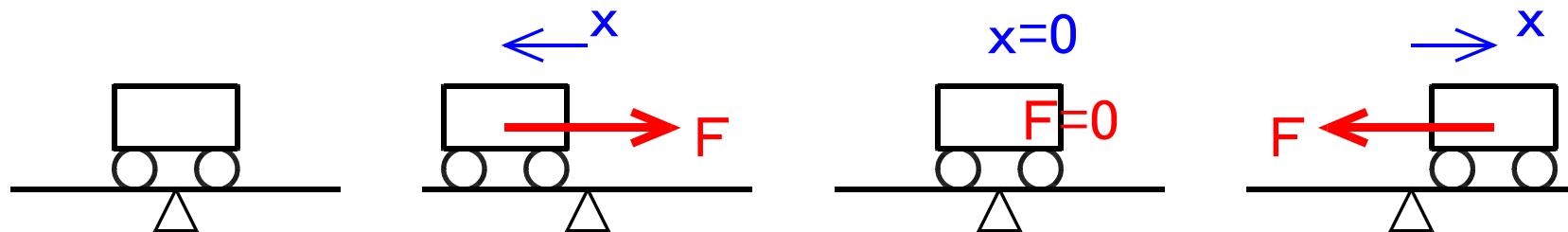
# P制御・D制御・I制御



## ○ PD制御

◇P制御だと行き過ぎ/発振が起こる事例

- ・力操作で物体の位置を制御（実はバネと同じ）



目標位置:

比例制御:

位置誤差 $x$   
に比例した  
推力 $F$

目標位置:

$F=0$ だが、既に  
速度が上がり  
通り過ぎる。

行き過ぎ:

また戻そうとす  
るが、同じ事を  
繰り返す。

# P制御・D制御・I制御

## ○ PD制御

### ◆PD制御による改善

- ・機械的にはダンパーを入れることに対応
- ・D制御は「速度を一致させるようにする」
- ・目標が一定値の場合 = 速度ゼロ  
→ 対象の速度をゼロにする = ブレーキ的  
→ 振動が収まる
- ・目標が急に変化した場合 (速度が急いでた)  
→ 速度差を埋めるように出力

# P制御・D制御・I制御

## ○ PD制御

◆PD制御の弱点＝センサノイズの影響

- ・高周波数のノイズの「時間変化」は大きい

例) 1秒(1Hz)で1V変化 → 1[V/s]

10 μ s(100kHz)で1mV → 100[V/s]

=「対象の変化」ではなく、ノイズに  
より過敏に反応する危険性

- ・センサ分解能や処理周期の影響も受ける。  
(後述) → 第7回 信号処理の基礎

# P制御・D制御・I制御

## ○ PID制御

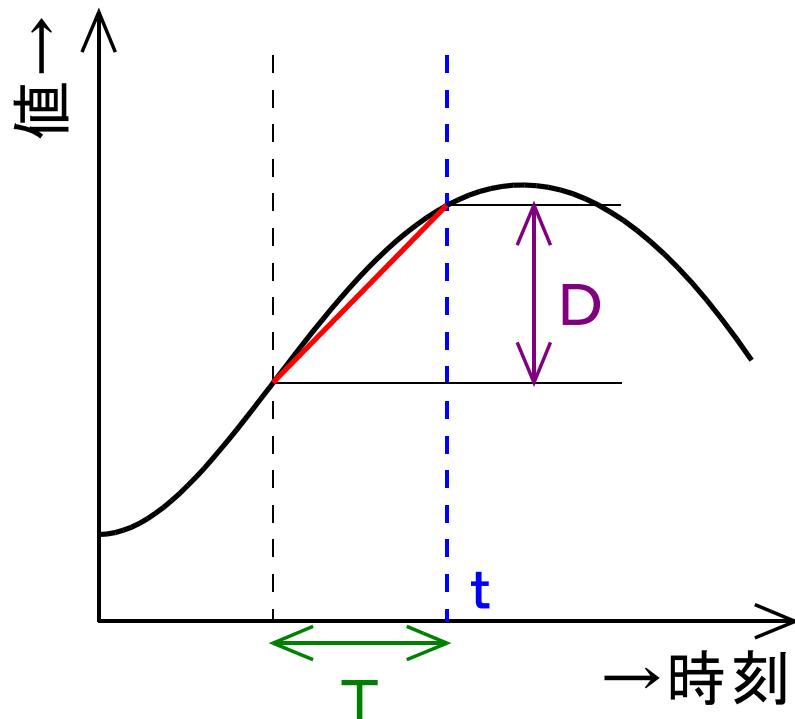
### ◇三種の組み合わせ

- P制御：主たる誤差の低減
- I制御：誤差が残らないようにする
- D制御：振動の低減  
ブレーキや反応性向上
- それぞれに「どの程度の比率(ゲイン)で」  
比例させるかは、種々の方法で調整  
※勘、挙動の観察、限界感度法など

# デジタル制御とPID

## ○ 積分と微分の計算（信号処理の基礎より）

### ◇ 微分

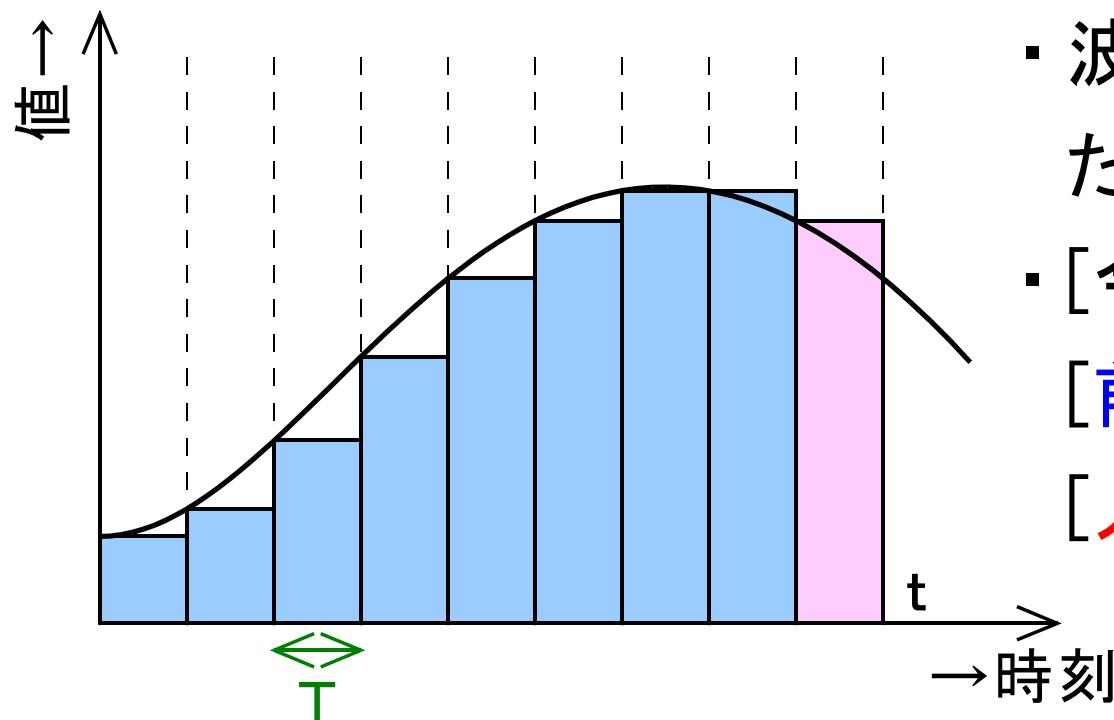


- ・ある時刻 $t$ で間隔 $T$ の間の変化 $D$ を求める。
- ・ $D/T$ をその瞬間の微分値として使う。

# デジタル制御とPID

## ○ 積分と微分の計算（信号処理の基礎より）

### ◇ 積分



- ・波形と横軸で囲まれた面積。短冊の和。
- ・[今回の積分値] = [前回の積分値] + [入力値] ×  $T$

# デジタル制御とPID

## ○ PID制御のプログラム

◇ 時間間隔Tごとに以下の処理を実行

$$\text{誤差 } e = \text{目標値 } r - \text{現在値 } y$$

$$\text{誤差積分 } ei = ei + e \times T$$

$$\text{誤差微分 } ed = (e - \text{前回誤差 } ei) / T$$

$$ei = e$$

$$\text{操作 } u = \text{比例ゲイン } KP \times e$$

$$+ \text{積分ゲイン } KI \times ei$$

$$+ \text{微分ゲイン } KD \times ed$$

## ○ デジタル制御の留意点

### ◇ I 制御

- ・ I 制御で誤差が取り切れないと、積分値がどこまでも大きくなる → 制御不能。  
例) 機械的なトラブル  
操作の最大値を超えて対応できない
- ・ 対策：  
操作が飽和しない程度に積分値の上限下限を設定しておく。

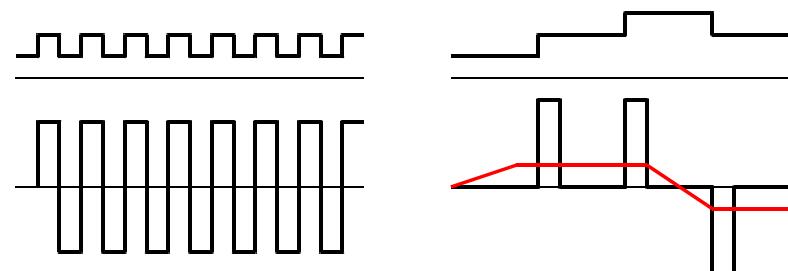
# デジタル制御とPID

## ○ デジタル制御の留意点

### ◇ D制御

- ・ノイズの問題（前述）
- ・微分値の突発化（→第7回信号処理p17）
- ・対策：

デジタルローパスフィルタでノイズ低減など  
※ただし、フィルタが強すぎると微分の機能がなくなる

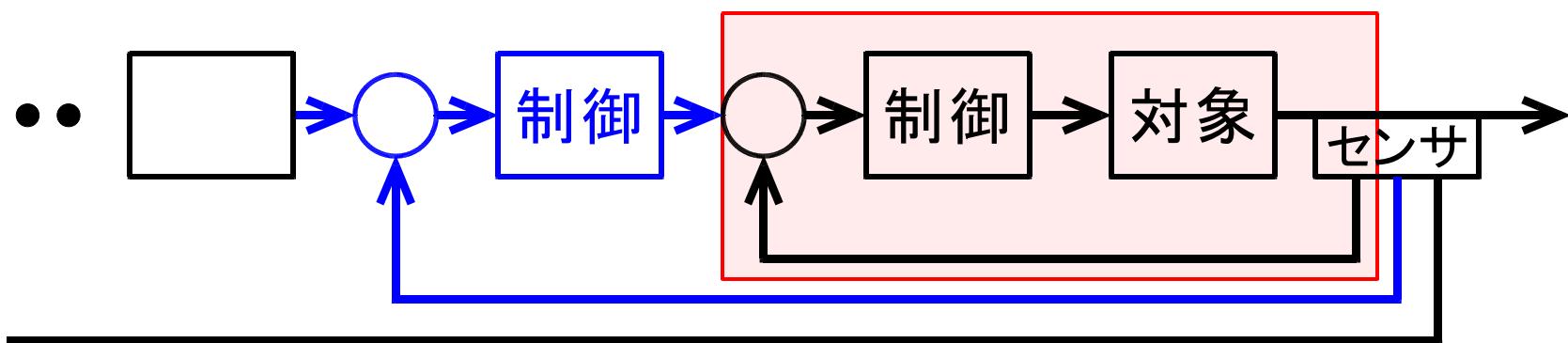


# 制御の多重化

## ○ 入れ子の制御

◆FB制御の輪を多重化する

制御ごみで  
ある特性の対象



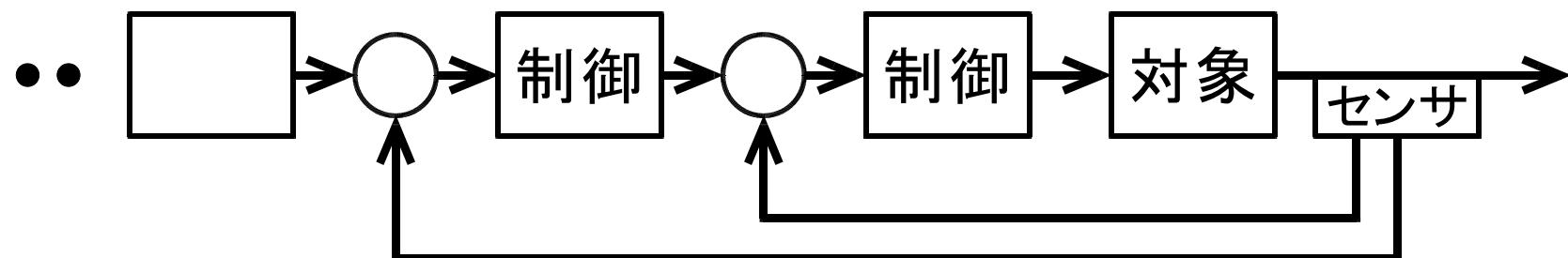
- ・[内側の制御]を一つの対象と見て、  
その外に制御を追加する。
- ・さらにその外に重ねて....。

# 制御の多重化

## ○ 入れ子の制御

### ◇留意点

- ・制御を切り分け/安定化させやすい。
- ・内側の制御は、それを利用する制御に対して、十分に応答が速い必要あり。  
(俗に10倍程度)
- ・トータルでは応答速度が落ちやすい。



# 今回の目的

## ○ 制御の基礎

### テーマ1：制御の目的と基本

- ・制御するとは
- ・制御の基本（フィードバック、PID）

### テーマ2：少し特殊な制御

- ・フィードフォワード
- ・非線形制御

### テーマ3：制御の実例

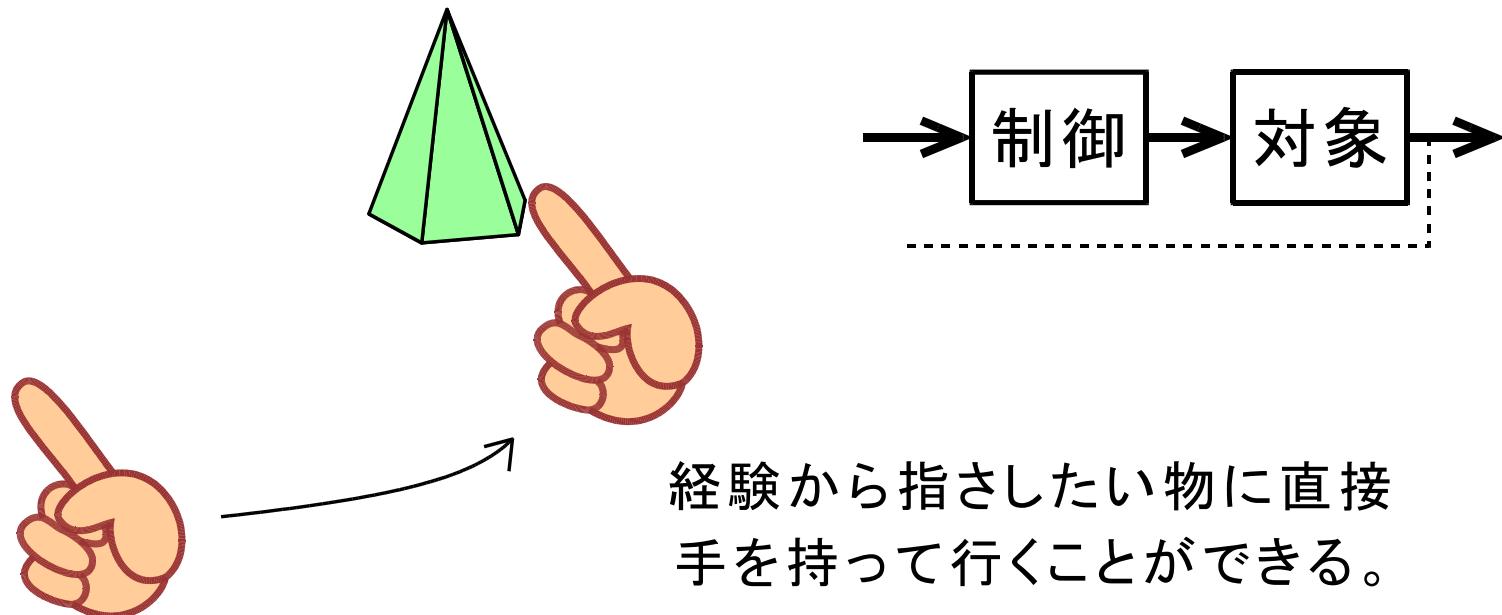
- ・モータの制御、ロボット制御

# フィードフォワード制御

## ○ フィードフォワードの概念

### ◇フィードバックしない制御

- ・直に操作量を決める。
- ・センサなし。(注:「センサレス」は意味が異なる)



# フィードフォワード制御

## ○ フィードフォワードの特徴

### ◇速い

- ・操作→センサの検出を待たない。
- ・目標に寄せていく時間がかかる。

### ◇柔軟性

- ・FBでは対応に困る**対象の癖**をあらかじめ補正することができる。

### ◇精度は悪い

- ・少しの状況変化でも誤差が生じやすい。

# フィードフォワード制御

## ○ フィードフォワードを使う

### ◇ 対象の特性

- ・ こう操作したら動く、という関係が必須。
- ・ 対象の原理/モデル解析による、  
入出力特性の測定、学習

### ◇ 特性に応じた操作を生成

- ・ 「操作→結果」の逆 × 望む結果

### ◇ フィードバックと併用

- ・ FFだけでは誤差が避けられない。

# フィードフォワード制御

## ○ フィードフォワードの例

◇ステッピングモータ

- ・電流の切り替え回数だけ回る。

◇マニピュレータ、脚歩行ロボット

- ・関節の角度制御はフィードバック。
- ・手先、脚先の位置に対する関節角度はフィードフォワード。

(内部計算がFB的な場合あり)

# フィードフォワード制御

## ○ フィードフォワードの例

◇自動車の運転 / FBからFFへ

- ・初めて乗った頃：

車の動きを見ながらハンドルを回す。  
速度を見ながらペダル操作を考える。

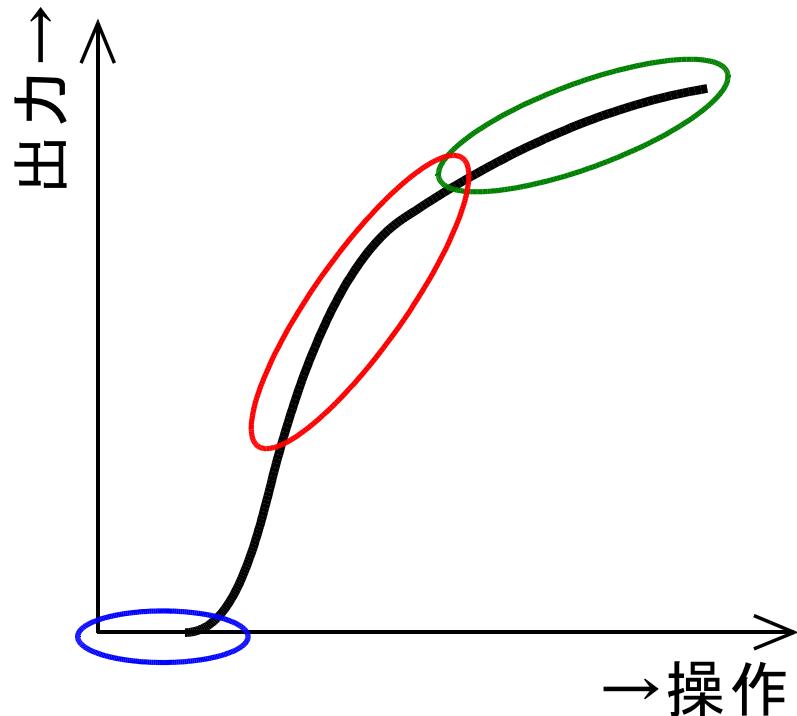


- ・慣れると（特に通い慣れた道）：  
感覚的にハンドル、ペダル操作。  
ギアの変速も半ばパターン化。

# 非線形制御

## ○ 線形ではない(=比例しない)対象

### ◇ 操作→結果が非線形

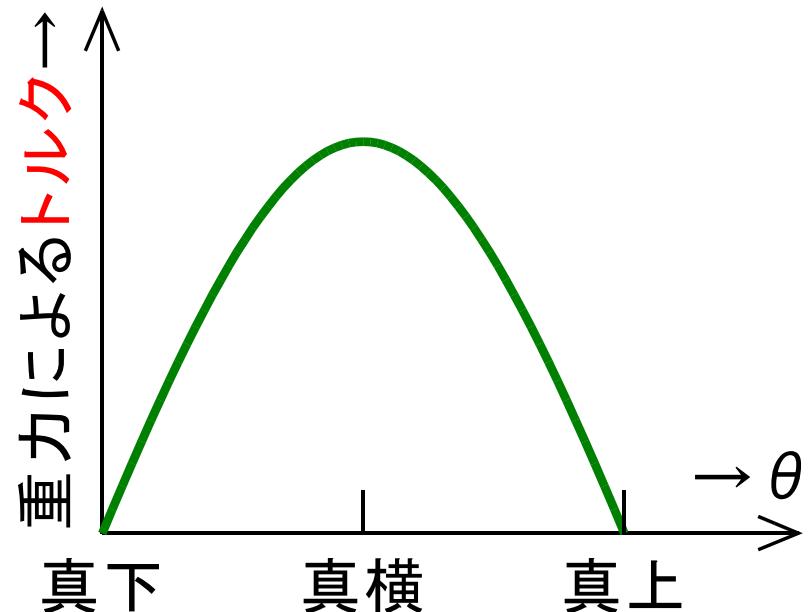
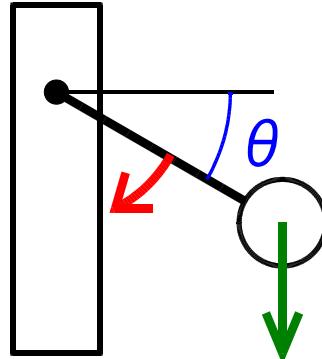
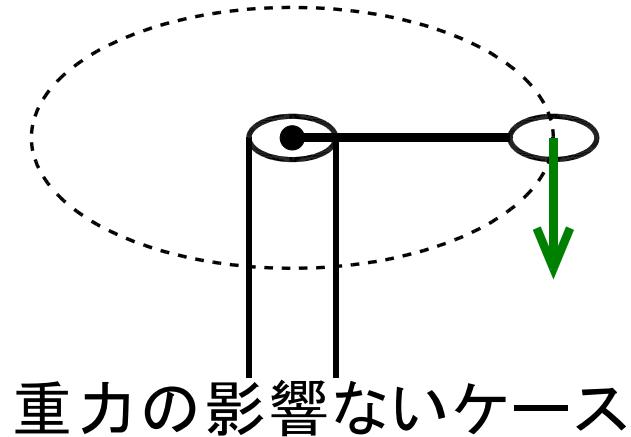


- ・比例しない。
  - ・頭打ちになってくる。
  - ・少しの操作では出力が上がらない。  
(不感帯)
- ※下がってくる、  
は別の問題が生じる

# 非線形制御

## ○ 線形ではない(=比例しない)対象

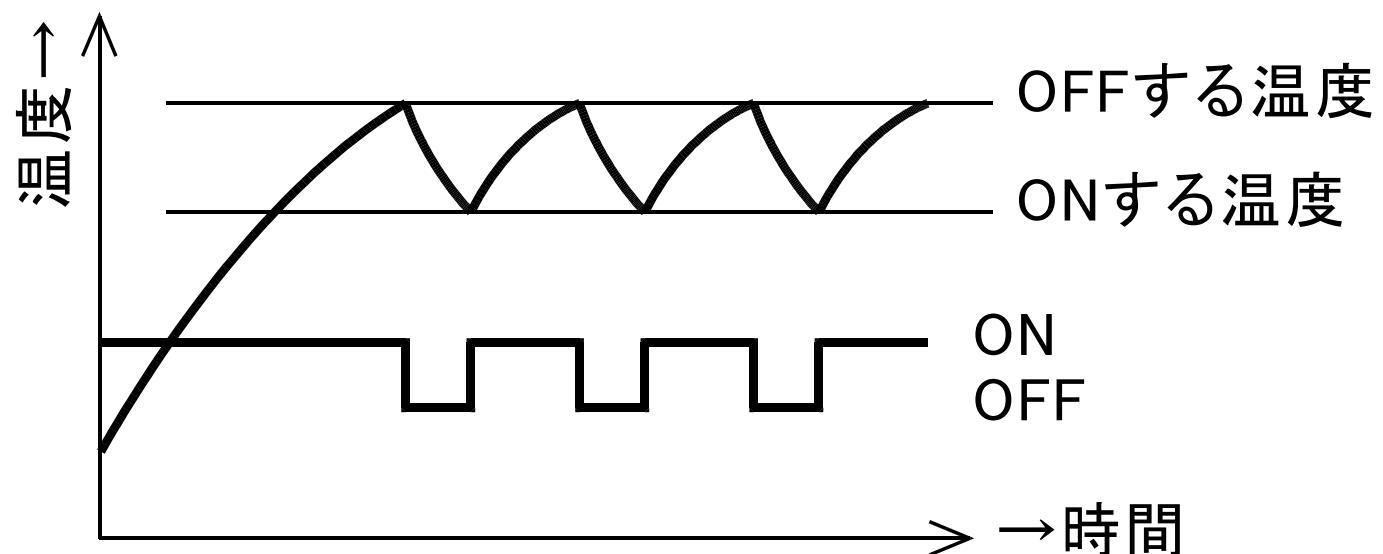
◇ 状態に応じて非線形に余分な負担がある



- ・ 腕の角度に応じて、重力で下げるトルク。
- ・ 角度と質量から見積は可能。

# 非線形制御

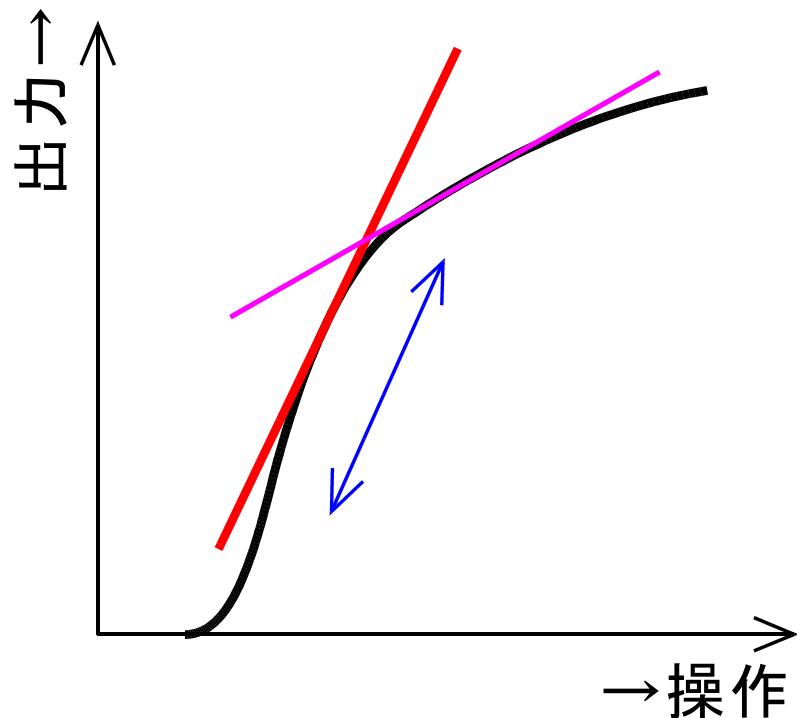
- 線形ではない(=比例しない)対象
  - ◇ 操作そのものが非線形 例) オンオフ制御
    - ・ 対象によってはそれなりに制御できる  
例) 昔のコタツなど



# 非線形制御

## ○ 線形化

◇ 特性の非線形さを部分的に線形とみる

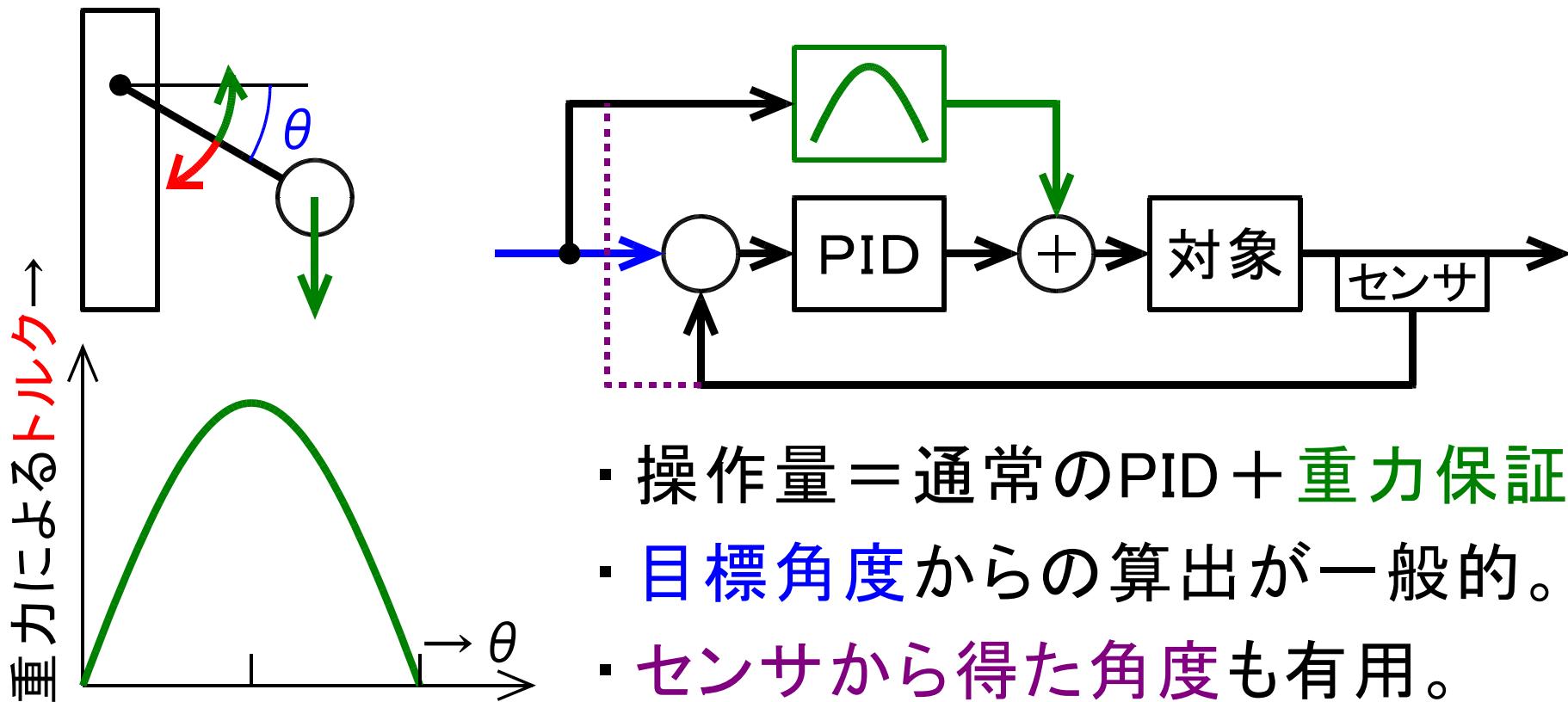


- ・接線を求める。  
(計算、実験的)
- ・極端に変化なければ  
ある程度の範囲で  
ほぼ一致する。
- ・複数に分割もあり。

# 非線形制御

## ○ 非線形補償(FFの一種)

◇ 非線形に発生する負担をあらかじめ補助

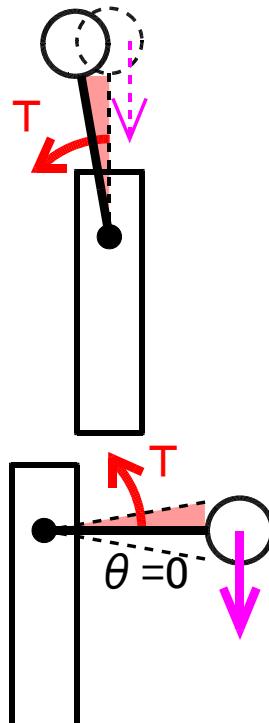


# 非線形制御

## ○ 非線形補償(FFの一種)

### ◇ 非線形補償と積分(I)制御

- ・ 非線形補償は I 制御の「誤差を生じる」問題は起きにくい。
- ・ 非線形補償の計算値と実際の差があるため、非線形補償だけでは I 制御は不要にはならない。
- ・ I 制御を減らせる点で、制御の速度を上げやすい。



# 現代制御理論

## ○ モデル(特性式)と数学を駆使した制御

### ◇古典制御

- ・PID制御などは古典制御と呼ばれる。
- ・**伝達関数**: 周波数特性で制御理論。
- ・数学的にはラプラス変換。

### ◇現代制御

- ・最適制御、 $H^\infty$ 制御ほか。
- ・**状態方程式**: 時間特性(誤差の時間積分など)。
- ・数学的には行列、ベクトルが主。

## ○ モデルがあれば高性能

### ◇モデルと評価関数

- ・線形微分方程式で表される**モデル**。
- ・どの項目を「重く/軽く」**評価**したいか  
例) 位置誤差を低減したい、  
加速を押さえたい、省エネしたい  
を決める数値。
- ・間接的に対象の状態を**推定**する手法。

→ 必ず安定に動作する制御パラメータ

# 現代制御理論

## ○ 適用の難しさ

◇モデル化できればOK

=**モデル化できないとNG**

- ・ガタなど数式化しにくい要素
- ・対象の特性データ

◇あくまで個人的な経験で言えば....

・モデル化失敗でうまくいったことがない。

・PIDを感覚的に決めたほうが早かった。

→無理に挑戦する必要はとりあえず無し？

# 今回の目的

## ○ 制御の基礎

### テーマ1：制御の目的と基本

- ・制御するとは
- ・制御の基本（フィードバック、PID）

### テーマ2：少し特殊な制御

- ・フィードフォワード
- ・非線形制御

### テーマ3：制御の実例

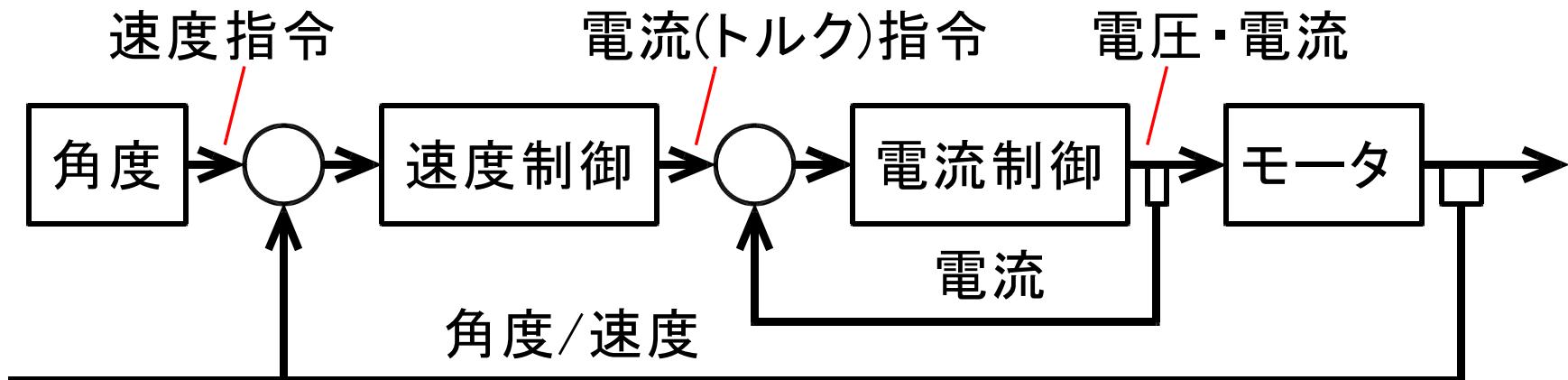
- ・モータの制御、ロボット制御

# ロボット・メカトロ制御の実例

## ○ モータの制御

◇トルク(電流)制御 ( $\leftarrow$ 速度)  $\leftarrow$  角度制御

- ・機械の力学特性的に「トルク・力」と運動の関係がすっきりする。

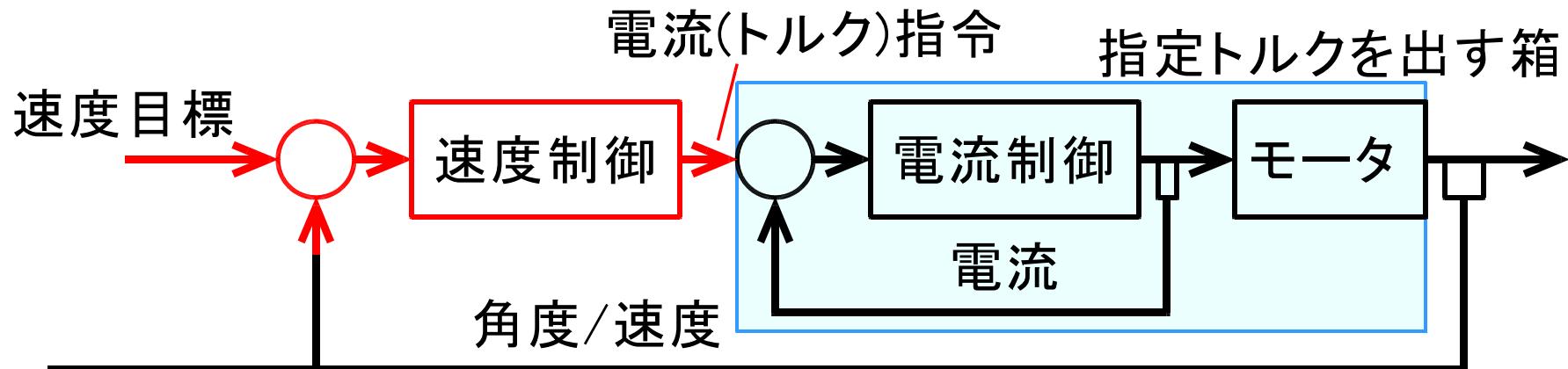


# ロボット・メカトロ制御の実例

## ○ モータの制御

### ◇速度制御→トルク操作

- ・P制御のみでもOKな場合あり。
- ・PI(定常に負荷のある場合)、PD(応答向上)

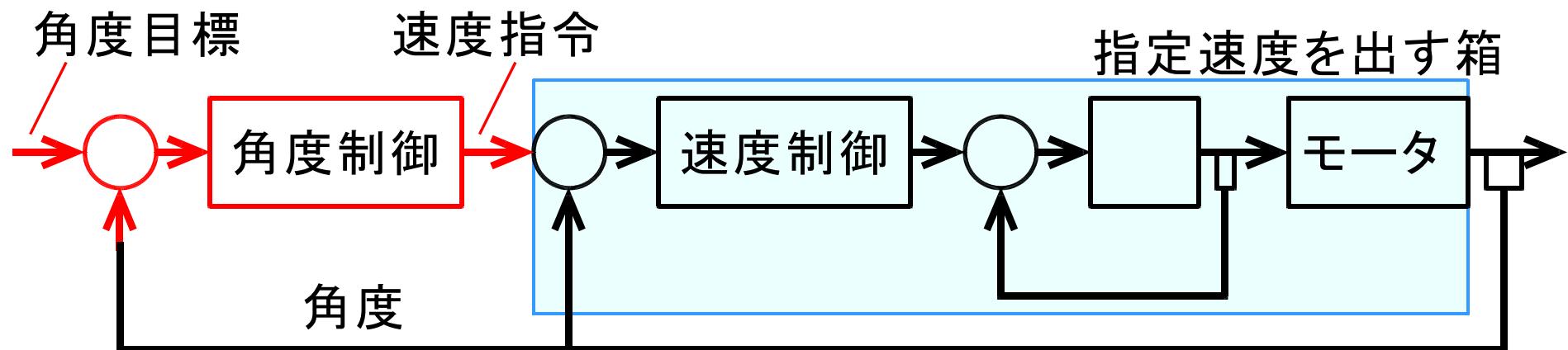


# ロボット・メカトロ制御の実例

## ○ モータの制御

◇角度(位置)制御→速度操作

- ・P制御のみで原理的に問題なし。
- ・PD(応答向上)



# ロボット・メカトロ制御の実例

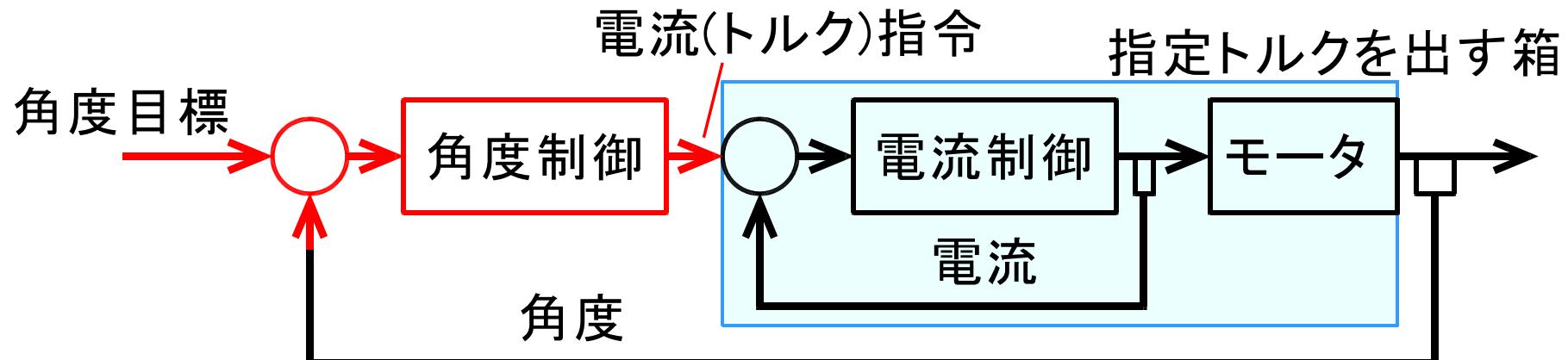
## ○ モータの制御

◇角度(位置)制御→トルク操作

- ・少なくともPD制御が必要、PID。

[位置誤差→力]はバネと同じ関係。(前述)

- ・ゲイン調整は速度FB時より若干難。

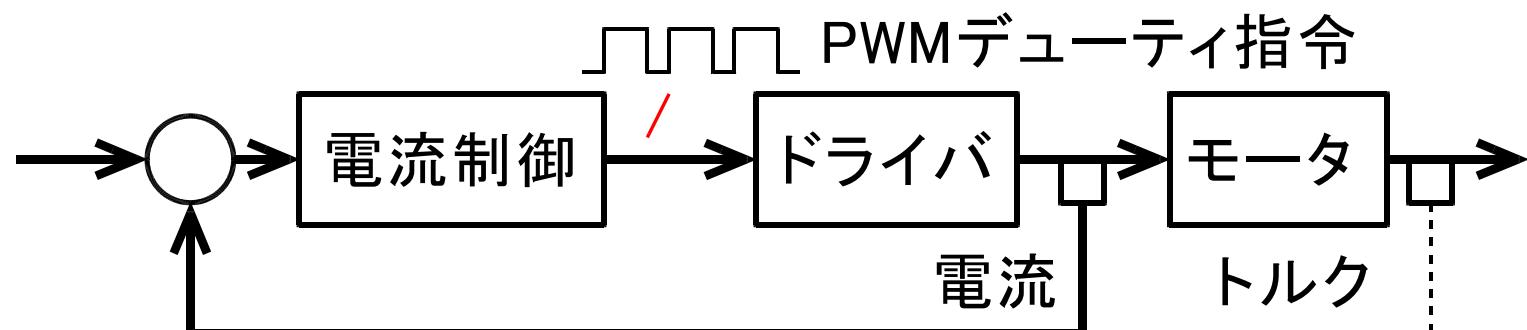


# ロボット・メカトロ制御の実例

## ○ モータの制御

◇トルク(電流)制御→電圧(PWM)指令

- ・モータのトルク/力の制御は、モータの電流を制御することと同等。
- ・モータの起電力(回転速度に比例して電圧発生)に対応するためPI制御が必須。

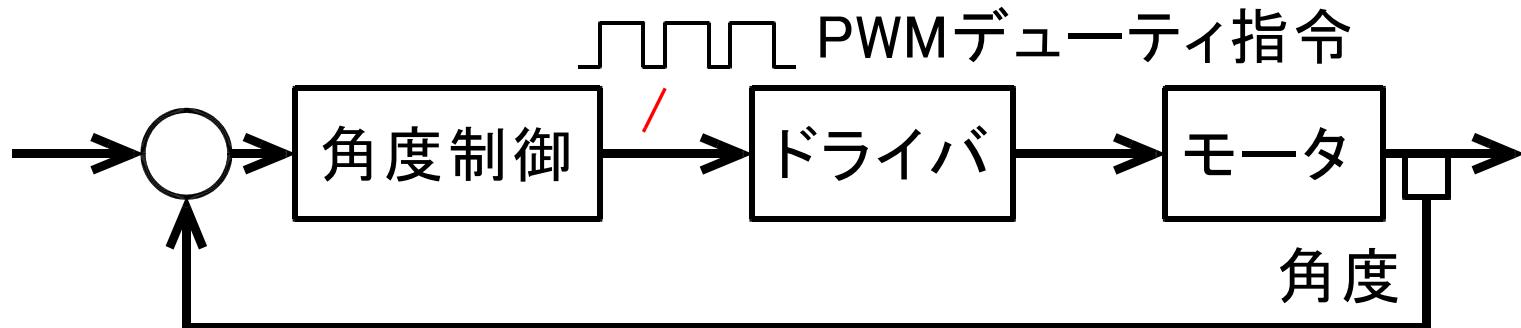


# ロボット・メカトロ制御の実例

## ○ モータの制御

◇速度、位置→電圧(PWM)操作

- ・簡易的によく使われるが、モータの起電力に対処する分だけ要注意 (PI,PID)。
- ・デューティ比は概ね速度に関係する。



# ロボット・メカトロ制御の実例

## ○ モータの制御

### ◇制御モードの切り替え

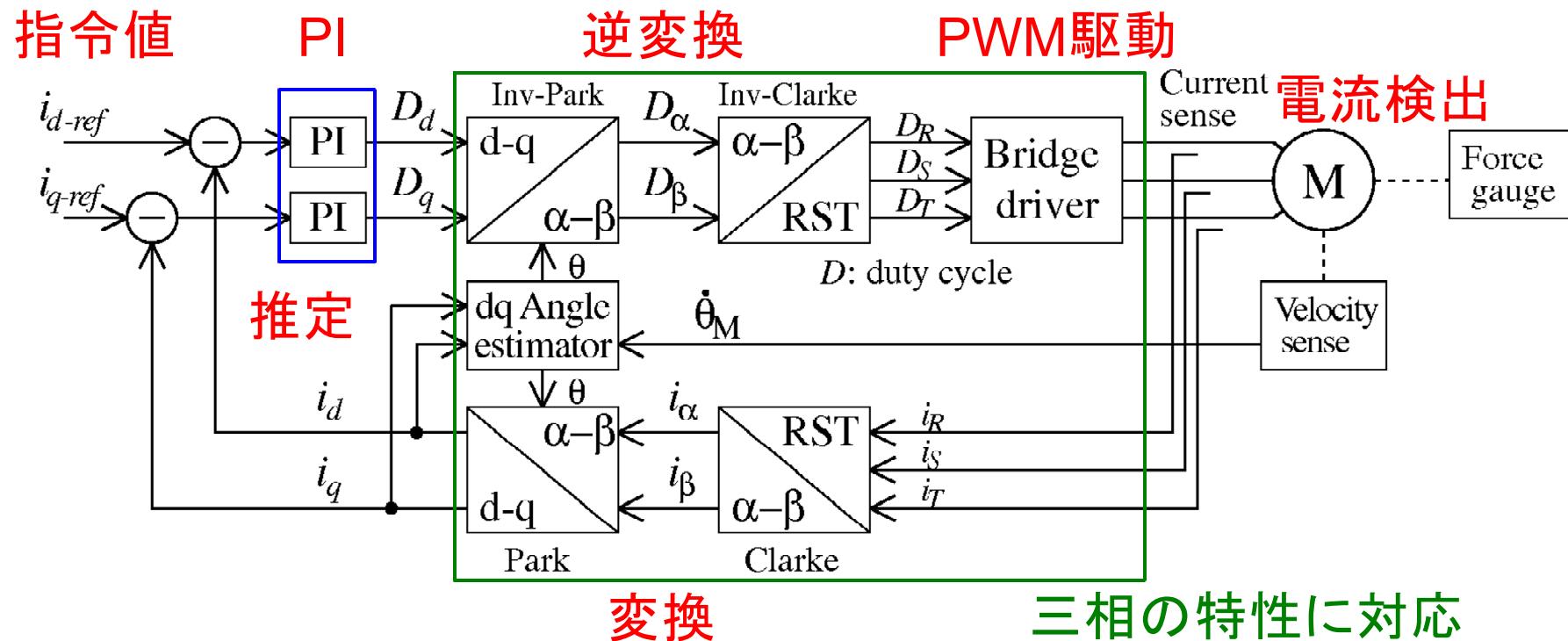
- ・用途に応じてトルク/速度/角度を切り替え
- ・角度制御:特定の位置決め
- ・速度制御:コンスタントな回転  
※角度制御で目標値を連續変化させるより楽
- ・トルク制御:押しつけ、限界性能出力など  
※角度/速度FBだと誤差の蓄積の対処が必要
- ・角度/速度制御+トルクリミットなどもあり。

# ロボット・メカトロ制御の実例

## ○ モータの制御

### ◇三相モータのベクトル制御

- PI制御の回りに複数の変換処理

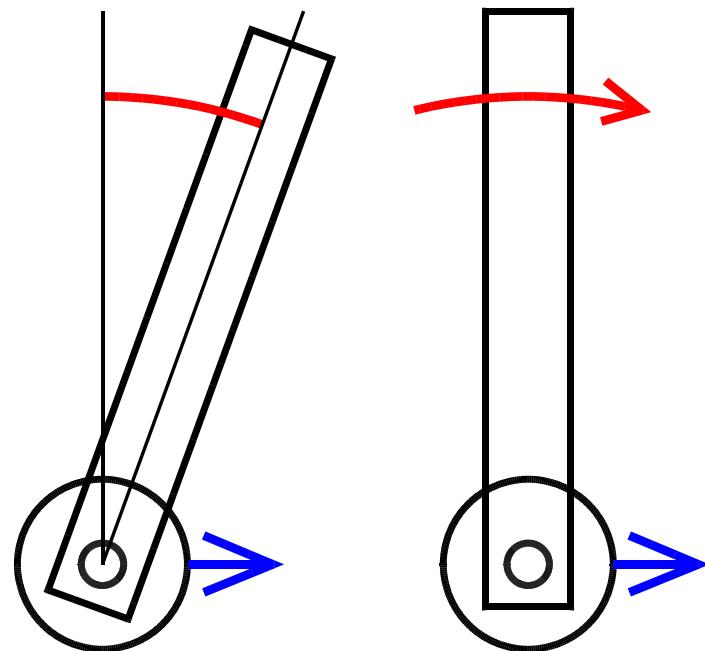
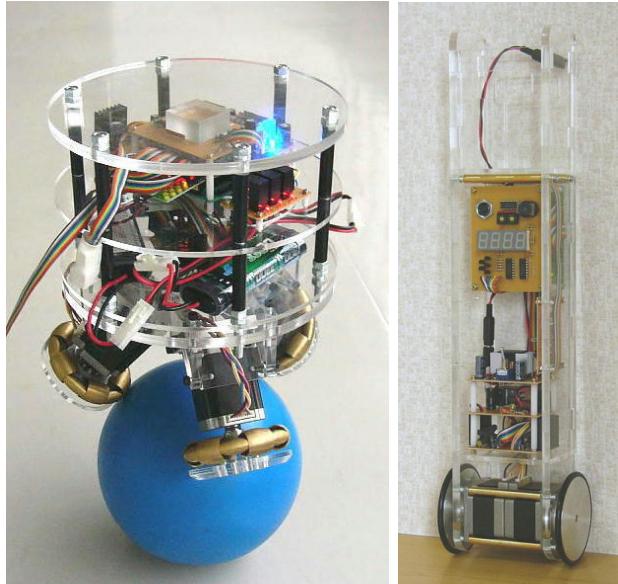


# ロボット・メカトロ制御の実例

## ○ 倒立振子(バランスの制御)

### ◇姿勢角度の制御

- ・姿勢角度のPD制御→トルク/加速の操作



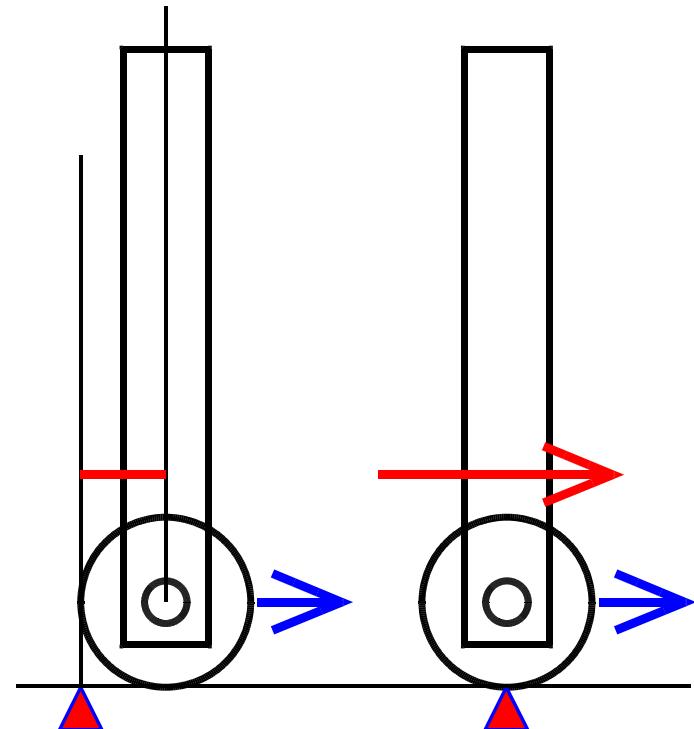
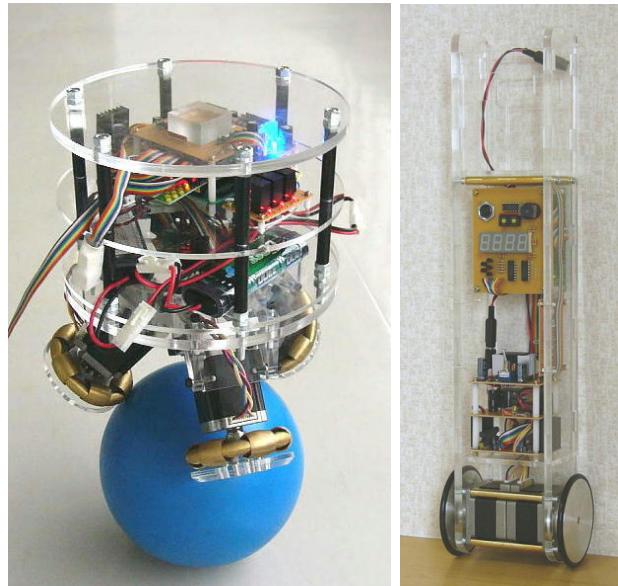
# ロボット・メカトロ制御の実例

## ○ 倒立振子(バランスの制御)

### ◇位置の制御

- ・位置のPD制御を追加 → 加速度、トルク

「遠ざかる方向」に



# まとめ

## ○ 制御の基礎

- ・ 制御は、機械/メカトロに限らず、様々な対象を「思い通りに動かす」ための手法。
- ・ 主な制御にフィードバック制御があり、センサで計測した対象の状態を目標と比較して、一致するように操作する。
- ・ 代表的なものにPID制御～比例/積分/微分制御がある。Pを基本に、I /Dの性質を考えた組み合わせが必要。

# まとめ

## ○ 少し高度な制御

- ・ 制御対象の性質が悪い場合、対象に応じた細工で制御性が改善する場合が多い。
- ・ 線形化や非線形補償(特に重力補償)は、比較的容易に効果を得やすい。
- ・ 具体的な対象を制御する場合は、何を使って(操作)、何を制御したいかを考え、適切な制御方法を選定する。